

3. Vizsgazárthelyi

2010/11 tél A3

1. Adja meg az $y'' - 4y' + 4y = x^2$ általános megoldását Laplace-transzformáció nélkül!

2. Legyen $m > 0$ és K a háromdimenziós térben az a $z = m$ síkban elhelyezkedő R sugarú felfelé irányított körlap, melynek középpontja a z tengelyen van. Számítsa ki a $v(r) = r$ ($r \in \mathbb{R}^3$) vektor-vektor függvény felületmenti integrálját K -n!

3. Legyen H az a háromszög vonal, melynek csúcsai (ilyen irányítással) a $(4,0,0)$, $(0,4,0)$, $(-4,0,0)$ pontok az $[xy]$ síkban. Legyen $v(x,y,z) = (x^2 - 4y, y^2 + 6x, 2z)$, $x, y, z \in \mathbb{R}$. Számítsuk ki v vonalmenti integrálját H -n!

4. Legyen f mindenütt reguláris függvény és

$$f(z) = \frac{\cos z - 1}{z^2} \quad \text{ha } z \neq 0.$$

$f(0) = ?$, $f'(0) = ?$, $f''(0) = ?$

5. Legyen $n \geq 0$ egész. Adja meg n függvényében az

$$I(n) = \int_{|z|=1} \frac{e^z - 1}{z^n} dz$$

integrál értékét!

6. Legyen $H \subseteq \mathbb{R}^3$ egyszeresen összefüggő nyílt és $v : H \rightarrow \mathbb{R}^3$ tetszőleges H -n folytonosan deriválható vektor-vektor függvény. Melyik igaz, melyik nem?

- (a) Ha v -nek van skalárpotenciálja H -n, akkor v -nek minden H -beli zárt görbementi integrálja 0.
- (b) Ha v -nek H -beli görbementi integráljai függetlenek az integrálási úttól, akkor v -nek van skalárpotenciálja H -n és az itt mindenütt 0.
- (c) Ha v -nek van skalárpotenciálja H -n, akkor v -nek H -beli görbementi integráljai függetlenek az integrálási úttól.
- (d) Ha v minden H -beli zárt görbementi integrálja 0, akkor v -nek van skalárpotenciálja H -n.
- (e) Ha v -nek H -beli görbementi integráljai függetlenek az integrálási úttól, akkor van olyan H -n értelmezett u skalárfüggvény, melynek gradiense v .
- (f) Ha v -nek van skalárpotenciálja H -n, akkor $\operatorname{div} v = 0$ mindenütt H -n.
- (g) Ha v -nek H -beli skalárpotenciálja u , akkor $\operatorname{rot} v$ minden H -beli zárt görbementi integrálja 0.
- (h) Ha $\operatorname{rot} v = 0$ mindenütt H -n, akkor v -nek van skalárpotenciálja H -n.