4. gyakorlat (2009.09.30.) anyaga

Adottak a következő pontok: $A(1,2,3)$, $B(2,-1,3)$, $C(5,-2,-3)$. Ezek meghatároznak egy háromszöget. A c oldalhoz tartozó magasságvonal (m_c) talppontja D. **Feladatok:**

> ***(1.)*** $T_{(ABC\Delta)}=?$
>
> ***(2.)*** $m_c=?$
>
> ***(3.)*** $\cos\alpha=?$
>
> ***(4.)*** $D(?,?,?)$, $\overrightarrow{AD}=?$
>
> ***(5.)*** $\overline{AB}$ egyenes paraméteres egyenletrendszere

Megoldás:

c és **b** oldalak meghatározása:

$\overrightarrow{AB}=\mathbf{c}=(1,-3,0)$

$\overrightarrow{AC}=\mathbf{b}=(4,-4,-6)$

(1.) Terület meghatározása: vektoriális szorzat nagyságának a fele.

$$T_{(ABC\Delta)}=\frac{|\mathbf{c}\times\mathbf{b}|}{2}$$

$$\mathbf{c}\times\mathbf{b}=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 1 & -3 & 0\\ 4 & -4 & -6\end{vmatrix}=18\mathbf{i}+6\mathbf{j}+8\mathbf{k}=2(9\mathbf{i}+3\mathbf{j}+4\mathbf{k})$$

$$T_{(ABC\Delta)}=\frac{2\sqrt{81+9+16}}{2}=\sqrt{106}$$

(2.) m_c hosszának meghatározása a területből

$$T_{(ABC\Delta)}=\frac{|\mathbf{b}|\cdot\mathbf{m_c}}{2}\Rightarrow\mathbf{m_c}=\frac{2T_{(ABC\Delta)}}{|\mathbf{b}|}$$

$$\mathbf{m_c}=\frac{2\sqrt{106}}{\sqrt{10}}$$

(3.) $\cos\alpha$ meghatározása

$$\cos\alpha=\frac{\mathbf{b}\times\mathbf{c}}{|\mathbf{b}|\cdot|\mathbf{c}|}=\frac{4+12}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{68}}=\frac{16}{\sqrt{4\cdot5\cdot34}}=\frac{8}{\sqrt{5\cdot34}}$$

(4.) $\overrightarrow{AD}$ meghatározása: **b** merőleges vetülete **c** irányába

$$\overrightarrow{AD}=\left(\mathbf{c}\cdot\frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|}\right)\cdot\frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|}=\left(\frac{\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}}{|\mathbf{b}|^2}\right)\mathbf{b}=\frac{8}{5}\mathbf{b}=\left(\frac{8}{5},-\frac{24}{5},0\right)$$

D pont koordinátáinak meghatározása A helyvektorával és $\overrightarrow{AD}$-vel:

$$r_D=r_A+\overrightarrow{AD}=\left(\frac{13}{5},-\frac{14}{5},3\right)$$

(5.) $\overline{AB}$ egyeneshez irányvektor a **c**, pont az A

$\mathbf{c}=(1,-3,0)$

$A(1,2,3)$

$$\left.\begin{aligned}x&=1+t\\ y&=2-3t\\ z&=3\end{aligned}\right\}\text{ ahol } t\in\mathbb{R}$$