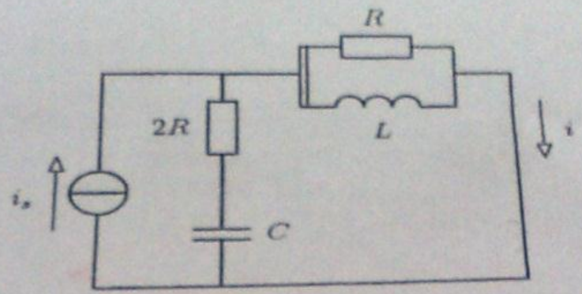
Név :

OWL

Átviteli függvény: $$H(s) = \frac{0{,}6667\, s^2 + 0{,}6\, s + 0{,}05}{s^2 + 0{,}6\, s + 0{,}05}$$

1. Tekintsük az alábbi hálózat által reprezentált rendszert, amelynek gerjesztése az áramforrás árama, válasza a jelölt i áram!



a. *Határozza meg a rendszer átviteli karakterisztikáját, és írja fel normál (polinom/polinom) alakban! (3 pont)*

A paraméterek valamely értéke esetében a rendszer átviteli függvénye :

$$H(s) = \frac{0{,}6667 \cdot s^2 + 0{,}6 \cdot s + 0{,}05}{s^2 + 0{,}6 \cdot s + 0{,}05}$$

A további feladatokban ezt az átviteli függvényt használja! ([s] = Mrad/s)

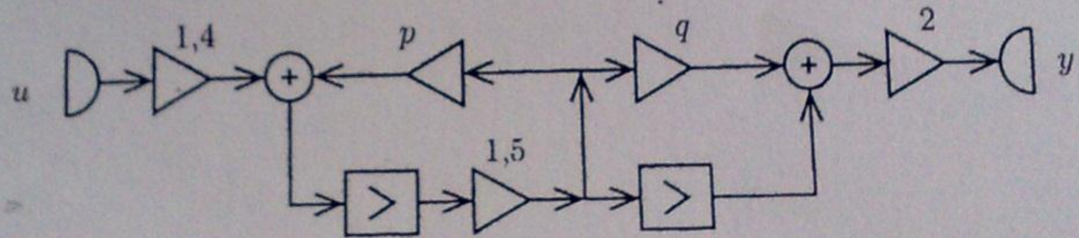
b. Adja meg a pólusokat és zérusokat, és vázolja a rendszer pólus-zérus elrendezését! *(1 pont)*

c. Adja meg és ábrázolja a rendszer válaszának $i(t)$ időfüggvényét, ha a gerjesztés *(3,5 pont)*

$$i_s(t) = \{2 + 8 \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon(t - 20))\}\ \mathrm{mA}; \quad [t] = \mu s$$

---

2. Egy diszkrét idejű rendszer hálózati realizációja az alábbi



a. Határozza meg a rendszert leíró rendszeregyenletet! (2 pon

b. Mekkora p és q esetében lesz a rendszer GV-stabilis? (1 pon

A p és a q paraméter valamely értéke esetében a rendszer átviteli függvénye

$$H(z) = \frac{3{,}36 z^{-1} + 4{,}2 z^{-2}}{1 - 0{,}3 z^{-1}}$$

c. A rendszer gerjesztése az $u[k]$ periodikus jel, amelyre $u[0] = 1$, és egy periódusa $u = \{1, 2, -2,$ (2,5
Határozza meg a gerjesztés valós alakú diszkrét Fourier-sorát!

d. Adja meg a rendszer válaszának kifejezését az előbbi gerjesztés esetében! (2 a.

JR2/2013.június 5.

OWL1

$$Z_1 = 2R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega 2RC}{j\omega C}; \quad Z_2 = R \times j\omega L = \frac{j\omega LR}{j\omega L + R}$$

$$I(j\omega) = I_s(j\omega) \cdot \frac{Z_1 \times Z_2}{Z_2} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \cdot I_s = \frac{1 + j\omega 2RC}{sC} \cdot \frac{1}{\frac{1 + j\omega 2RC}{j\omega C} + \frac{j\omega LR}{j\omega L + R}} \cdot I_s$$

$$H(j\omega) = \frac{(j\omega)^2 2RLC + j\omega(L + 2R^2C) + R}{(j\omega)^2 3RLC + j\omega(L + 2R^2C) + R}$$

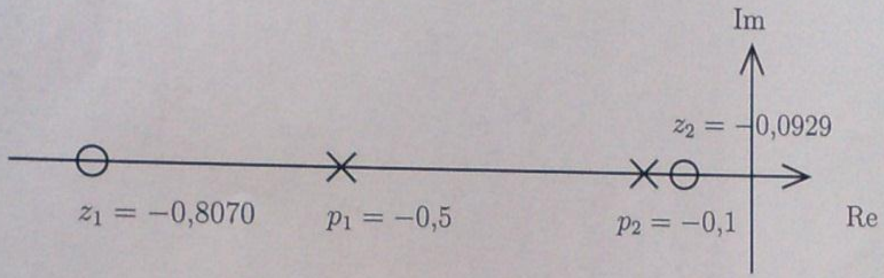
$$\boxed{H(j\omega) = \frac{2}{3} \cdot \frac{(j\omega)^2 + j\omega\left(\frac{1}{2RC} + \frac{R}{L}\right) + \frac{1}{2LC}}{(j\omega)^2 + j\omega\left(\frac{1}{3RC} + \frac{2R}{3L}\right) + \frac{1}{3LC}} = \frac{\frac{2}{3}(j\omega)^2 + j\omega\left(\frac{1}{3RC} + \frac{2L}{3R}\right) + \frac{1}{3LC}}{(j\omega)^2 + j\omega\left(\frac{1}{3RC} + \frac{2R}{3L}\right) + \frac{1}{3LC}}}$$

R L

Nem megoldható!

b.

$$z_1 = -0{,}8070; z_2 = -0{,}0929; \quad p_1 = -0{,}5; p_2 = -0{,}1$$



c. mA, V, kΩ, μs, Mrad/s mértékegységeket alkalmazva

$$i_s(t) = 2 + 8 \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon(t - 20)) = i_{s1}(t) + i_{s2}(t); \quad y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

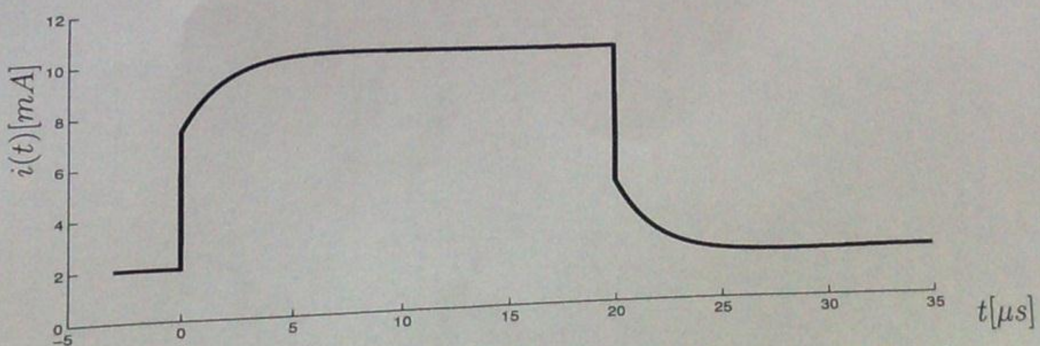
$$H(j\omega)|_{\omega=0} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1; y_1(t) = 2 \cdot 1 = 2$$

$$U_2(s) = 8 \cdot \frac{1 - e^{-20s}}{s};$$

$$Y_2(s) = 8 \cdot \frac{1 - e^{-20s}}{s} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{(s + 0{,}8070)(s + 0{,}0929)}{(s + 0{,}5)(s + 0{,}1)} = (1 - e^{-20s}) \cdot \left(\frac{-3{,}3333}{s + 0{,}5} + \frac{0{,}6666}{s + 0{,}1} + \frac{8}{s}\right)$$

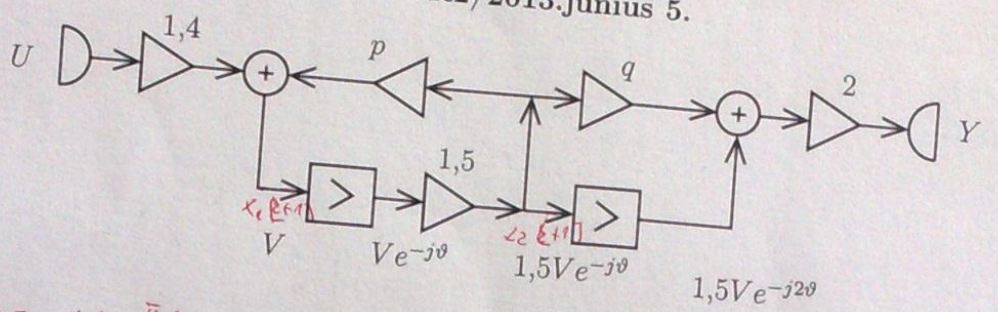
$$y_2(t) = \varepsilon(t) \cdot \left(8 - 3{,}3333 \cdot e^{-0{,}5t} + 0{,}6666 \cdot e^{-0{,}1t}\right) - \varepsilon(t - 20)\left(8 - 3{,}3333e^{-0{,}5(t-20)} + 0{,}666e^{-0{,}1(t-20)}\right)$$

$$\boxed{y(t) = \left\{2 + \varepsilon(t)\left(8 - 3{,}3333 \cdot e^{-0{,}5t} + 0{,}6666 \cdot e^{-0{,}1t}\right) - \varepsilon(t - 20)\left(8 - 3{,}3333e^{-0{,}5(t-20)} + 0{,}666e^{-0{,}1(t-20)}\right)\right\} \text{mA}}$$



2. feladat

JR2/2013.június 5. OWL



a.

$x_1[k+1] = 1{,}5p\, x_1[k] + 1{,}4\, u[k]$

$x_2[k+1] = 1{,}5\, x_1[k]$

$y[k] = 3q\, x_1[k] + 2\, x_2[k]$

$$1{,}4U + p \cdot \left(1{,}5Ve^{-j\vartheta}\right) = V \quad \rightarrow \quad V = \frac{1{,}4U}{1 - 1{,}5p \cdot e^{-j\vartheta}}$$

$$2 \cdot \left(1{,}5Ve^{-j2\vartheta} + 1{,}5 \cdot q \cdot Ve^{-j\vartheta}\right) = Y$$

$$Y = \frac{3e^{-j2\vartheta} + 3q \cdot e^{-j\vartheta}}{1 - 1{,}p \cdot e^{-j\vartheta}} \cdot 1{,}4U = \frac{4{,}2e^{-j2\vartheta} + 4{,}2q \cdot e^{-j\vartheta}}{1 - 1{,}5p \cdot e^{-j\vartheta}}$$

$$\boxed{y[k] - 1{,}5p \cdot y[k-1] = 4{,}2 \cdot q\, u[k-1] + 4{,}2\, u[k-2]}$$

b. A sajátérték $\lambda = 1{,}5p$, amelynek abszolútértéke 1-nél kisebb kell legyen!

$$|\lambda| < 1 \rightarrow -1 < 1{,}5p < 1 \rightarrow \boxed{-\frac{2}{3} < p < \frac{2}{3}}$$

q értéke nem befolyásolja a GV-stabilitást!

c. $\vartheta_0 = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$, $U_m^C = \frac{1}{L}\sum_{k=0}^{L-1} u[k] e^{-jkm\vartheta_0}$; $e^{-j\vartheta_0} = e^{-j\pi/2} = -j$; $e^{-j2\vartheta_0} = e^{-j\pi}$

$$U_0^C = \frac{1}{4}(1 + 2 - 2 - 1) = 0$$

1,06

$$U_1^C = \frac{1}{4}\left(1 + 2 \cdot (-j) - 2 \cdot (-j)^2 - 1 \cdot (-j)^3\right) = \frac{3 - 3j}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{2}e^{-j\pi/4}$$

$$U_2^C = \frac{1}{4}\left(1 + 2 \cdot (-1) - 2 \cdot (-1)^2 - 1 \cdot (-1)^3\right) = -\frac{1}{2}$$

$$U_3^C = \frac{1}{4}\left(1 + 2 \cdot (j) - 2 \cdot (j)^2 - 1 \cdot (j)^3\right) = \frac{3 + 3j}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{2}e^{j\pi/4}$$

$$\boxed{u[k] = 0 + 2 \cdot \frac{3}{4}\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}k - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2}(-1)^k = 2{,}1214\cos\left(\frac{\pi}{2}k - \frac{\pi}{4}\right) - 0{,}5 \cdot (-1)^k}$$

d. Az átviteli függvény pólusa (0.3) az egységkörön belül található, ezért GV-stabilis a rendszer.

$$H\left(e^{j\vartheta}\right) = \frac{3{,}36e^{-j\vartheta} + 4{,}2e^{-j2\vartheta}}{1 - 0{,}3e^{-j\vartheta}}$$

$$\vartheta = 0: \quad U = 0 \quad Y = 0$$

156,9°

$$\vartheta = \frac{\pi}{2}; \quad U = 2{,}12 \cdot e^{-j\pi/4};\ H\left(e^{-j\vartheta}\right)\Big|_{\vartheta=\pi/2} = \frac{3{,}36e^{-j\frac{\pi}{2}} + 4{,}2e^{-j\pi}}{1 - 0{,}3e^{-j\frac{\pi}{2}}} = 5{,}152\ e^{-j2{,}758};\ Y = 10{,}928 \cdot e^{j2{,}739}$$

$$\vartheta = \pi: \quad U = 0{,}5\ e^{j\pi};\ H\left(e^{-j\vartheta}\right)\Big|_{\vartheta=\pi} = \frac{3{,}36e^{-j\pi} + 4{,}2e^{-j2\pi}}{1 - 0{,}3e^{-j\pi}} = 0{,}6462;\ Y = 0{,}3231 \cdot e^{j\pi}$$

$$\boxed{y[k] = 10{,}928 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}k + 2{,}739\right) + 0{,}3231 \cdot \cos(\pi k + \pi)}$$

JR2 2013. június 5.

NÉV (nyomtatott betűkkel): ....

Neptun-kód: .... Hallgató aláírása: .... Pont: .... Javító:

Csak ezt a feladatlapot szedjük be és csak az eredményeket értékeljük!

1. Egy soros RL-tag (R=4kΩ, L=3H) árama i(t)=10mA+2mAcos(ωt+0,4), ahol ω=0,4 krad/s. Határozza meg a kétpólus feszültségének időfüggvényét!

„17,1°

$u(t) = 40V + 8{,}352V \cdot \cos(\omega t + 0{,}69)$

2. Egy párhuzamos RLC-tag (R=2kΩ, L=4H, C=5nF) feszültsége u(t)=5V+10Vcos(ωt+0,7)+5Vcos(3ωt+0,9), ahol ω=2 krad/s. Határozza meg a kétpólus hatásos teljesítményét!

$P = 43{,}75\ mW$

3. Egy soros RC-tag (R=0,4kΩ, C=5μF) gerjesztése egy feszültségforrás feszültsége, válasza a kondenzátor feszültsége. Határozza meg az így reprezentált rendszer sávszélességét (ahol az amplitudókarakterisztika a maximum 0,7071-szeresénél nagyobb)!

$\Delta\omega = 0{,}5\ \frac{krad}{s}$

4. Egy rendszer amplitúdókarakterisztikájának értéke egy adott frekvencián 100. Adja meg ezt az adatot dB-ben!

$SNR = 20 * \log 100 = 20 * 2 = 40\ \text{dB}$

1.

$\boldsymbol{Z = R + j\omega L = 4 + j1.2 = 4.17612 * e^{j*0,29}\ vagy\ 16{,}69°}$

$\boldsymbol{U_0 = R * I_0 = 4k\Omega * 10mA = 40\ V\ (tekercs\ rövidzár\ egyenáramon)}$

$\boldsymbol{U_{\omega=0,4} = 2 * 4{,}17612 * \cos(\omega t + (0{,}4 + 0{,}29)V\ (fázistolás)}$

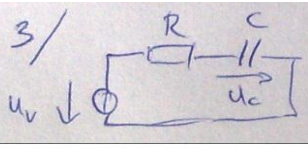
$\boldsymbol{u(t) = [10 + 8{,}352 * \cos(\omega t + 0{,}69)]V}$

2.

L, C-n nincs hatásos telj

$P = \frac{U_0^2}{R} + \frac{U_{\omega=1}^2}{\sqrt{2}^2 \cdot R} + \frac{U_{\omega=2}^2}{\sqrt{2}^2 \cdot R} = \frac{5^2}{2} + \frac{10^2}{4} + \frac{5^2}{4} = 43{,}75mW$

3/



$U_c j\omega C + \frac{U - U_v}{R} = \varnothing \Rightarrow H(j\omega) = \frac{1}{j\omega CR + 1}$

$\rightarrow |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$

$\frac{1}{\sqrt{1+\epsilon}} \underset{max}{K(w)} = |H(j\,w)|$

$K(w) = |H(j\,w)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + 1}}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + 1}}$

Ha $w = 0$ $\quad \underset{max}{K(w)} = 1$

$\mu F = ms/k\Omega$

$w = \sqrt{\left(\frac{1}{CR}\right)^2} = \frac{1}{\{0,4 \times 5\}} = 0,5$ krad /s

$\omega = 2 \times \frac{\pi}{T}$ $\quad \omega =$: krad /s

40dB

5. Adja meg az alakhű (torzítatlan) jelátvitel frekvenciatartománybeli feltételét!

$$\Delta\omega_{rendszer} \geq \Delta\omega_{jel} \quad + \text{ lineáris fázis}$$

6. Adja meg az $x(t) = 2\,\delta(t+2) + 3\,\delta(t-4)$ folytonos idejű jel Laplace-transzformáltját vagy indokolja, ha feladat nem megoldható!

$$X(s) = 3e^{-4s}$$

7. Egy folytonos idejű, lineáris, invariáns rendszernek az $u(t) = \varepsilon(t)$ gerjesztéshez tartozó válasza $y(t) = 3\,\varepsilon(t-2)\,e^{-3(t-2)}$. Adja meg a rendszer átviteli függvényét, vagy indokolja, ha az nem értelmezett!

$$H(s) = \frac{3s}{s+3} \cdot e^{-2s}$$

8. Egy diszkrét idejű, lineáris, invariáns rendszer impulzusválasza $h[k] = 2\,\delta[k] - 3\,\delta[k-1]$, gerjesztése $u[k] = 2(3)^k$. Határozza meg a rendszer $y[k]$ válaszának kifejezését!

$$y[k] = 4 \cdot 3^k - 6 \cdot 3^{k-1} = 2 \cdot 3^k$$

(bármelyik megfelelő !!)

5. Alakhű a jelátvitel, ha a rendszer sávszélessége tartalmazza a jel sávszélességét

- Alakhű jelátvitel $y(t) = C\,x(t-T)$

6.

7.

$x(t-\tau)\,\varepsilon(t-\tau)$
$X(s)\,e^{-s\tau}$

Alapján

9. Egy diszkrét idejű, kauzális rendszer h[k] impulzusválasza adott. Adja meg e rendszer egy u[k] gerjesztésre adott válaszának számítására szolgáló időtartománybeli képletet!

$$y[k] = \sum_{i=-\infty}^{k} u[i] \cdot h[k-i] = \sum_{i=0}^{\infty} h[i] \cdot u[k-i]$$

(bármelyik megfelelő!!)

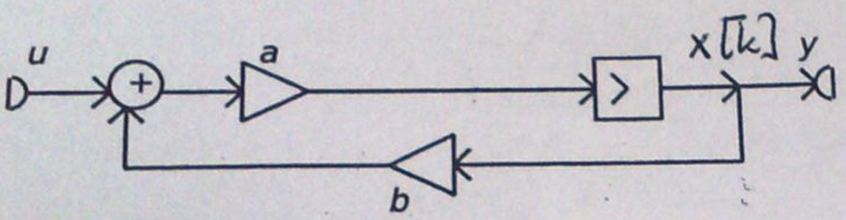
10. Egy diszkrét idejű rendszer állapotegyenlete, ill. gerjesztése

$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 1 \\ 2 & -0{,}3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \;;\; u[k] = 2\,\varepsilon[k](0{,}4)^k$$

Adja meg a karakterisztikus egyenletet!

$$\lambda^2 - 0{,}2\lambda - 2{,}15 = 0$$

11. Az ábrán látható jelfolyam hálózatban jelölje az állapotváltozókat és adja meg a hálózat által reprezentált diszkrét idejű rendszer állapotváltozós leírását!



$$x[k+1] = ab\,x[k] + a\,u[k]$$
$$y[k] = x[k]$$

12. Az a és b paraméter mely értékei mellett létezik az előző feladatbeli diszkrét idejű rendszer átviteli karakterisztikája?

$$|ab| < 1$$

13. Adja meg az $x[k] = \varepsilon[k-2]\,2^k$ diszkrét idejű jel diszkrét idejű Laplace-transzformáltját (z-transzformáltját} vagy indokolja, ha feladat nem megoldható!

$$X(z) = 4 \cdot z^{-2} \cdot \frac{z}{z-2}$$

14. Egy diszkrét idejű rendszer impulzusválasza $h[k] = 4\,\varepsilon[k-3]$. Adja meg a rendszer $H(z)$ átviteli függvényét, vagy indokolja, ha nem értelmezett!

$$H(z) = 4 \cdot z^{-3} \cdot \frac{z}{z-1}$$

15. Egy folytonos idejű rendszer átviteli függvénye $H_C(s) = \frac{2s}{s+0{,}5}$. Az impulzusválasz szimulációja alapján, $T = 0{,}1$ mintavételi periódusidő választásával határozza meg a diszkrét idejű szimulátor $h_D[k]$ impulzusválaszát!

$$h_D[k] = 2\delta[k] - 0{,}1 \cdot \varepsilon[k-1] \cdot e^{-0{,}05 \cdot k}$$

$= 0{,}951$