

1. Feladat (12 pont)

$\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = ?$, $a \in \mathbb{R}$. Állításait bizonyítsa be!

2. Feladat (18 pont)

a) Mit nevezünk geometriai sornak? Mikor konvergens, mikor divergens? Állításait bizonyítsa be!

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 4^{n+1}}{10^{2n}} = ?$

3. Feladat (35 pont)

Legyen $f(x) = \pi + 7 \arcsin(1 - \sqrt{3x})$.

a) Határozza meg az f értelmezési tartományát, értékészletét!

b) Van-e f -nek minimuma illetve maximuma, és ha igen, akkor mennyi ezek értéke?

c) $f'(x) = ?$, ha x az ért. tart. belső pontja.

d) Mutassa meg, hogy f -nek van inverze! $f^{-1}(x) = ?$, $D_{f^{-1}} = ?$, $R_{f^{-1}} = ?$

4. Feladat (10 pont)

Vezesse be a $t = \sqrt[3]{x}$ új változót, majd határozza meg az $\int \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{2x + \sqrt[3]{x^2}} dx$ értékét!

5. Feladat (15 pont)

a) $\int x e^{-3x} dx = ?$

b) $\int_0^{\infty} x e^{-3x} dx = ?$

6. Feladat (10 pont)

Legyen $g(x) = (\operatorname{ch}^2 x) F(x)$, ahol $F(x) = \int_0^x \frac{\ln(t^2 + 1)}{\operatorname{ch}^2 t} dt$. $g'(x) = ?$ $g''(x) = ?$

Pótfeladat:

7. Feladat (10 pont)

Hol konvex illetve hol konkáv az $f(x) = x^6 - 18x^5 + 50x^4$ függvény? Van-e inflexiós pontja (hol van)?