

1. Egy szűk RLC rezgőkörre feszültségforrást kapcsolunk. Az elemek értékei $R = 3\text{k}\Omega$, $L = 10\text{H}$, $C = 5\mu\text{F}$.

a) Adja meg a rendszer átviteli függvényét normálalakban, ha a gerjesztés a feszültségforrás feszültsége, a válasz a teljess áram! Ábrázolja a pólus-zérus elrendezést! (3 pont)

$$H(s) = \frac{\frac{1}{s}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} = (1 \text{ pont})$$

$$= \frac{0.1s}{s^2 + 0.3s + 0.02} \quad (1 \text{ pont})$$

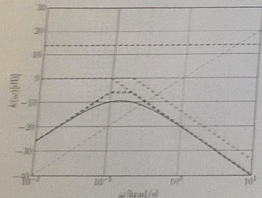
$$z = 0, s_1 = 0.1, s_2 = 0.2 \quad (1 \text{ pont})$$

b) Ábrázolja a rendszer amplitúdó-karakteristikájának Bode-diagramját tartományas közelítéssel! (2 pont)

$$H(j\omega) = \frac{0.1}{0.1 \cdot 0.2} \frac{j\omega}{(j\omega/0.1 + 1)(j\omega/0.2 + 1)} = 5 \frac{j\omega}{(j\omega/0.1 + 1)(j\omega/0.2 + 1)}$$

- töréspontok jó helyen (0.1-ben és 0.2-ben): (1 pont)

- jó elhelyezés a függőleges tengelyen (erősítés 0.1-ben: -6dB) vagy jó képlet: (1 pont)



Az elemek valamely más értékei mellett a rendszer átviteli függvénye $H(s) = \frac{4s}{s^2 + 7s + 12}$. A továbbiakban ezzel számoljon!

c) Adja meg a rendszer impulzusválasztát! (2 pont)

$$H(s) = \frac{-12}{s+3} + \frac{16}{s+4} \quad (1 \text{ pont})$$

$$h(t) = (-12e^{-3t} + 16e^{-4t})\varepsilon(t) \quad (1 \text{ pont})$$

d) Adja meg a FI rendszer választát az $x(t) = \cos(\omega t)$ gerjesztésre, ahol $\omega = 10\pi \frac{\text{krad}}{\text{s}}$. (2 pont)

$$H(j\omega) = \frac{40\pi j}{-100\pi^2 + 70\pi j + 12} = 0.0277 - 0.1227j = 0.126e^{-1.35j} \quad (1 \text{ pont})$$

$$y(t) = 0.126 \cos(\omega t - 1.35) = 0.126 \cos(\omega t - 77.35^\circ) \quad (1 \text{ pont})$$

e) Határozza meg a rendszer diszkrét idejű szimulátorának átviteli függvényét az impulzusválasz szimulációjára alapján! A mintavételezési idő $T_d = 0.05\text{ms}$. Adja meg a szimuláló DI rendszer választát az $x[k] = \cos(k\frac{\pi}{2})$ gerjesztésre! (6 pont)

$$h[k] = T_d e[k] h(kT_d) = (-12T_d e^{-37.4k} + 16T_d e^{-47.6k})\varepsilon[k] =$$

$$= (-0.6e^{-0.15k} + 0.8e^{-0.2k})\varepsilon[k] \quad (1 \text{ pont})$$

$$= (-0.6(0.86)^k + 0.8(0.82)^k)\varepsilon[k] \quad (1 \text{ pont})$$

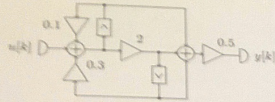
$$H(z) = -0.6 \frac{z}{z-0.86} + 0.8 \frac{z}{z-0.82} = (1 \text{ pont})$$

$$= \frac{0.2 - 0.196z^{-1}}{1 - 1.68z^{-1} + 0.7z^{-2}} \quad (1 \text{ pont})$$

$$H(e^{j\theta}) = \frac{0.2 + 0.196j}{1 + 1.68j - 0.7} = 0.1337 - 0.095 = 0.164e^{-0.62j} \quad (1 \text{ pont})$$

$$y[k] = 0.164 \cos(k\pi - 0.62) = 0.164 \cos(k\pi - 35.45^\circ) \quad (1 \text{ pont})$$

2. Egy diskret idejű rendszert az alábbi jelfolyam típusú hálótat reprezentál:



a) Vegyen fel állapotváltozókat, jelölje őket az ábrán! Adja meg a rendszer állapotváltozás leírásának normálalakját! Adja meg a rendszermátrix sajátértékeit! Aszimptotikusan stabilis-e a rendszer? (5 pont)

$$\begin{aligned} x_1[k+1] &= 0,1x_1[k] + 0,3x_2[k] + u[k] \text{ (1 pont)} \\ x_2[k+1] &= 0,2x_1[k] + 0,6x_2[k] + 2u[k] \text{ (1 pont)} \\ y[k] &= 0,6x_1[k] + 0,8x_2[k] + u[k] \text{ (1 pont)} \\ \lambda_1 &= 0, \lambda_2 = 0,7 \text{ (1 pont)} \end{aligned}$$

A rendszer asz. stabilis, mert $0,7 < 1$ (1 pont)

b) Adja meg a rendszer átviteli függvényét normálalakban! (3 pont)

$$\begin{aligned} zX_1 &= 0,1X_1 + 0,3X_2 + U \\ zX_2 &= 0,2X_1 + 0,6X_2 + 2U \\ Y &= 0,6X_1 + 0,8X_2 + U \text{ (1 pont)} \\ Y(z-0,7) &= U(z+1,5) \text{ (1 pont)} \\ H(z) &= \frac{z+1,5}{z-0,7} = \frac{1+1,5z^{-1}}{1-0,7z^{-1}} \text{ (1 pont)} \end{aligned}$$

Valamely más értékes-érték mellett a rendszer átviteli függvénye $H(z) = \frac{4+6z^{-1}}{1-0,5z^{-1}}$.

A kezdőértékben ezzel számoljon!

c) Határozza meg a rendszer impulzusválaszának értékét az első 5 ütemben! (2 pont)

$$h[k] = \{4, 8, 4, 2, 1, \dots\}$$

(tetszőleges módszerrel megközelíthető: inverz z, polinomosztás, RE behelyettesítés, AVL behelyettesítés)

- jó számolás (1 pont)

- jó végeredmény (1 pont)

d) Határozza meg a rendszer $u[k] = \sin(k\pi) + \varepsilon[k]$ gerjesztésre adott válaszát! (5 pont)
A szinuszos összetevőre:

$$\theta = \pi, H(e^{j\theta}) = \frac{4e^{j\theta} + 6}{e^{j\theta} - 0,5} = \frac{-4 + 6}{-1 - 0,5} = -\frac{4}{3} \text{ (1 pont)}$$

$y_1[k] = -\frac{4}{3}\sin(k\pi)$ (1 pont)
VAGY: aki szemfüles volt annak: $\sin(k\pi) \equiv 0$, tehát $y_1[k] = 0$! (2 pont)
Az egységválaszra:

$$Y(z) = \frac{z}{z-1} \frac{4z+6}{z-0,5} = (1 \text{ pont})$$

$$= 4 + z^{-1} \left(\frac{20z}{z-1} + \frac{-8z}{z-0,5} \right) \text{ (1 pont)}$$

$$y_2[k] = 4\delta[k] + 20\varepsilon[k-1] - 8\varepsilon[k-1](0,5)^{k-1} = 20\varepsilon[k] - 16\varepsilon[k](0,5)^k \text{ (1 pont)}$$

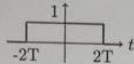
$$y[k] = -\frac{4}{3}\sin(k\pi) + 4\delta[k] + 20\varepsilon[k-1] - 8\varepsilon[k-1](0,5)^{k-1} = -\frac{4}{3}\sin(k\pi) + 20\varepsilon[k] - 16\varepsilon[k](0,5)^k$$

A feladatlpra csak a megoldást írja fel!

1. Egy rendszer átviteli függvénye $H(s) = \frac{1}{s^2-1}$. Aszimptotikusan stabil-e a rendszer?
 Válaszát indokolja!
 $s = \pm 1 \rightarrow$ nem GVstabil \rightarrow NEM aszimptotikusan stabil.

2. Adja meg az ábrán látható időfüggvény Fourier-transzformáltját!

$$F(j\omega) = 4T \frac{\sin(2\omega T)}{2\omega T}$$



3. Egy rendszer átviteli függvénye $H(s) = \frac{2s+3}{s+2}$. Adja meg a rendszer ugrásválaszának állandósult állapotbeli értékét!
 $g(\infty) = 1,5$

4. Egy szimmetrikus négyszögimpulzus sávszélessége $5 \frac{\text{krad}}{\text{s}}$. Mennyi az $f(t) \cos(\omega t)$ időfüggvényű jel sávszélessége, ahol $f(t)$ a szimmetrikus négyszögimpulzus időfüggvénye és $\omega = 100 \frac{\text{krad}}{\text{s}}$?
 $\Delta\omega = 10 \frac{\text{krad}}{\text{s}}$

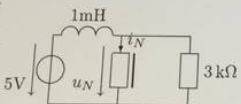
5. Egy rendszer átviteli függvénye $H(s) = \frac{s-2}{s+5}$. Bontsa fel az átviteli függvényt egy minimálfázisú és egy mindentátesztő rendszer átviteli függvényének szorzatára!

$$H(s) = \frac{s+2}{s+5} \quad H_{MA}(s) = \frac{s-2}{s+2}$$

Egy rendszer impulzusválasza $h(t) = 2\epsilon(t)e^{-5t} \frac{1}{\text{ms}}$. Adja meg a rendszer átviteli tényezőjét $\omega = 0$ körfrekvencián!
 $H(j0) = 0,4$

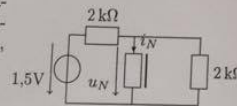
7. Adja meg az ábrán látható nemlineáris ellenállás dinamikus ellenállását a munkapontban, ha a nemlineáris ellenállás karakterisztikája [V,mA] egységekben $u_N = i_N^2$, ha $i_N > 0$, és $u_N = 0$ egyébként!

$$R_d = 2\sqrt{5} \approx 4,47 \text{ k}\Omega$$



8. Adja meg az előző feladat ábráján látható nemlineáris ellenállás dinamikus ellenállását a labilis munkapontban, ha a nemlineáris ellenállás karakterisztikája [V,mA] egységekben $u_N = -2,5i_N^2 + 7,5i_N$, ha $0 < i_N < 3$, és $u_N = 0$ egyébként!
 $R_d = -2,5 \text{ k}\Omega$

9. Adja meg az ábrán látható nemlineáris ellenállás munkaponti áramát és feszültségét, ha a nemlineáris ellenállás karakterisztikája [V,mA] egységekben $u_N = i_N^2$, ha $i_N > 0$, és $u_N = 0$ egyébként!
 $i_N = 0,5 \text{ mA} \quad u_N = 0,25 \text{ V}$



10. Adja meg az $x[k] = \epsilon[k] \cos(k\frac{\pi}{2})$ időfüggvényű DI jel z-transzformáltját!

$$X(z) = \frac{1}{2} \left[\frac{z}{z-j} + \frac{z}{z+j} \right] = \frac{z^2}{z^2+1}$$

11. Egy DI rendszer impulzusválasza $h[k] = 9k (\frac{1}{3})^k \epsilon[k]$. Adja meg a válasz értékét a $k = 2$ ütemben, ha a gerjesztés időfüggvénye $u[k] = 8 (\frac{1}{2})^k \epsilon[k]$!

$$y[2] = 0 * 2 + 3 * 4 + 2 * 8 = 28$$

12. Egy DI rendszer rendszeregyenlete $y[k] - 0,5y[k-1] = 2u[k]$. Adja meg az impulzusválasz formuláját!

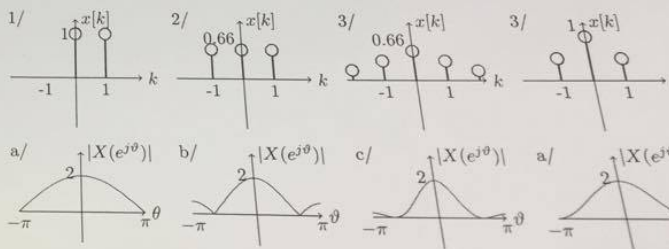
$$h[k] = 2(0,5)^k \epsilon[k]$$

13. Egy periodikus $f[k]$ jel egy periódusának értékei a $k = 0, 1, \dots, 7$ ütemekben 2, 0, 1, 0, 4, 0, 1. Adja meg az F_2^C komplex Fourier együtthatót!

$$F_2^C = -0,25 \frac{1}{2}$$

14. Egy $x(t) = \cos(\omega t)$ időfüggvényű FI jelet $T_s = 0,2 \text{ ms}$ mintavételi idővel mintavételezünk. Adja meg az így kapott DI szinuszos jel diszkrét körfrekvenciáját, ha $\omega = 10 \frac{\text{krad}}{\text{s}}$!
 $\vartheta = 2 \text{ rad}$

15. Párosítsa az időfüggvényeket az amplitúdóspektrumokkal!



Handwritten notes at the bottom of the page: $0,6$ and $\frac{0,6}{2}$