

2013.05.13-i Fizikai vizsga nem hivatalos kidolgozása

by GeriBoss (geriboss_gmail_com), utolsó módosítás: 2013.12.17.

Figyelem! Ez a kidolgozás hallgatói munka eredménye, független a BME Fizika tanszékétől (értsd: előfordulhatnak hibák). Észrevételeket szívesen fogadok a fenti e-mailre.

Igaz/hamis kérdések

(I) Lehetséges, hogy egy test pillanatnyi sebessége zérus, de pillanatnyi gyorsulása nem.

Igaz: pl. feldobott labda a pálya tetőpontján; vagy akár egy földre tett, nyugalomban levő test.

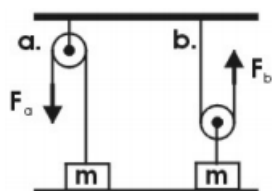
(H) RC kör bekapcsolási jelenség: a telep munkája az elektromos tér felépülését fedezi.

?

(I) Harmonikus rezgőmozgásnál a rezgés körfrekvenciája független az amplitúdótól.

Igaz: képlet alapján $\omega = \sqrt{k/m}$ (k = rugóállandó, m = tömeg), nem szerepel az amplitúdó.

(H) A rajzon látható két, m tömegű testet kétféleképpen emelhetjük fel h magasságba állócsiga, illetve mozgócsiga segítségével. Mindkét esetben azonos erőt kell kifejtenünk. (A csigák és a kötélek súlya elhanyagolhatók.)



Hamis: a) esetben $F_a = mg$, b) esetben viszont a csigára két erő hat felfelé: F_b és a felfüggesztés kötélerője, F_b' ($= F_b$), emiatt $2F_b = -mg \Rightarrow F_b = -\frac{1}{2}mg$, tehát feleannyi erővel meg tudjuk emelni a testet, mint az a) esetben.

(H) Mivel függ össze a sarki fény jelensége? A Föld gravitációs terével.

Hamis, a Föld mágneses terével.

(I) Ideális gáz adiabatikus összenyomása közben nincs hőcsere a gáz és a környezet között.

Igaz, ez a definíciója.

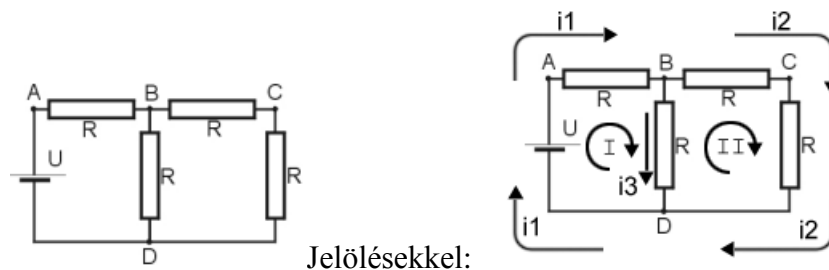
(H) Az interferencia az a hullámjelenség, amelyik csak a transzverzális hullámok esetén észlelhető.

Hamis, pl. hanghullámok (amik longitudinálisak) is képesek interferálni.

(H) A tehetetlenségi nyomaték a súlytalanság állapotában zérus.

Hamis. A tehetetlenségi nyomaték azt adja meg, hogy mekkora forgatónyomatékkal lehet megváltoztatni a test szögsebességét, nincs összefüggésben a súlytalansággal.

(H) Mivel az ellenállás értékek azonosak, az AB és BC pontok között a feszültségek is azonosak.



Legyen $U = 1\text{ V}$, $R = 1\Omega$. Kirchhoff I. (csomóponti) és II. (hurok) törvényeit alkalmazva:

$$i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad ; \quad -Ri_1 - Ri_3 + U = 0 \quad ; \quad -Ri_2 - Ri_2 + Ri_3 = 0$$

Megoldva az egyenletrendszert:

$$i_1 = 0.6\text{ A} \quad ; \quad i_2 = 0.2\text{ A} \quad ; \quad i_3 = 0.4\text{ A}$$

Ebből AB és BC pontok feszültségei:

$$U_{AB} = Ri_1 = 0.6\text{ V} \quad \neq \quad U_{BC} = Ri_2 = 0.2\text{ V}$$

(H) Egy részecske harmonikus rezgőmozgást végez. Ahol nagyobb a sebessége, ott nagyobb a gyorsulása is.

Hamis, fordított arányosság áll fenn: a legnagyobb gyorsulás pillanatában (legnagyobb kitérésnél) a sebesség zérus. A legnagyobb sebesség pillanatában (nulla kitérésnél) a gyorsulás zérus.

Számolós feladatok

1. Egy test mozgását az $r = 5t$ és a $\varphi = 0.2t^2$ egyenletek írják le SI egységekben. Mekkora a test sebessége a $t = 2$ s pillanatban?

Váltsunk át polárkoordinátáról derékszögűre:

$$x(t) = r \cos \varphi = 5t \cdot \cos(0.2t^2) \quad ; \quad y(t) = r \sin \varphi = 5t \cdot \sin(0.2t^2)$$

Sebességfüggvény az elmozdulás-függvény idő szerinti deriváltja. (Szorzatszabály, láncszabály! $(uv)' = u'v + uv'$)

$$v_x(t) = \dot{x}(t) = 5 \cos(0.2t^2) - 5t \cdot \sin(0.2t^2) \cdot 0.4t = 5 \cos(0.2t^2) - 2t^2 \cdot \sin(0.2t^2)$$

$$v_y(t) = \dot{y}(t) = 5 \sin(0.2t^2) + 5t \cdot \cos(0.2t^2) \cdot 0.4t = 5 \sin(0.2t^2) + 2t^2 \cdot \cos(0.2t^2)$$

Eredő sebesség az x, y (merőleges) sebességvektorok összege, Pitagorasz-tétellel:

$$v(t) = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2} \Rightarrow v(2) =$$

$$\sqrt{[5 \cos(0.2 \cdot 2^2) - 2 \cdot 2^2 \cdot \sin(0.2 \cdot 2^2)]^2 + [5 \sin(0.2 \cdot 2^2) + 2 \cdot 2^2 \cdot \cos(0.2 \cdot 2^2)]^2} =$$

$$\sqrt{[5 \cos 0.8 - 8 \sin 0.8]^2 + [5 \sin 0.8 + 8 \cos 0.8]^2} =$$

(radiánban számolva:)

$$= \sqrt{89} = 9.43 \frac{m}{s}$$

2. Egy Carnot körfolyamat hatásfoka 91 %, a belőle nyert munka 22 kJ. Az alsó hőtartály hőmérséklete 23 °C. Határozza meg a közlendő hőmennyiséget.

$$\eta = \frac{W}{Q}$$

(ahol η (éta) a hatásfok, W a kinyert munka és Q a közölt hőmennyiség)

$$0.91 = \frac{22 \cdot 10^3}{Q} \Rightarrow Q = \frac{22 \cdot 10^3}{0.91} = 24.176 \approx 24.18 \text{ kJ}$$

3. Egy 0,1 kg tömegű test 22,5 N/m állandójú rugón harmonikus rezgőmozgást végez. A $t = 0$ időpontban a test kitérése 0,15 m, sebessége -3 m/s. Mekkora a rezgés amplitúdója?

Rezgőmozgás vonatkozó egyenletei (k = rugóállandó):

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad ; \quad v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \quad ; \quad \omega = \sqrt{k/m}$$

Behelyettesítve a megadott adatokat:

$$\omega = \sqrt{22.5/0.1} = 15 \text{ rad/s}$$

$$\boxed{I.} \quad x(t=0) = 0.15 = A \cos \varphi \quad ; \quad \boxed{II.} \quad v(t=0) = -3 = -A \cdot 15 \cdot \sin \varphi$$

$$\frac{I.}{II.} = \frac{A \sin \varphi}{-15 A \cos \varphi} = \frac{0.15}{-3}$$

(„A” kiesik, valamint szorzunk -1-gyel:)

$$\frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \tan \varphi = 0.75 \Rightarrow \varphi = 0.644 \text{ rad}$$

Visszahelyettesítve I.-be:

$$A = \frac{0.15}{\sin \varphi} = \frac{0.15}{0.6} = 0.25 \text{ m}$$

4. Mindkét végén nyitott orgonasíp hossza 6 m. Hány Hz a harmadik harmonikus frekvenciája? ($v = 344 \text{ m/s}$)

Nyitott csőben az első harmonikus félhullám (zárt csőben negyed lenne), tehát a hullámhossz a cső hosszának duplája:

$$\lambda = 2L = 12 \text{ m}$$

Ebből az első harmonikus:

$$f_1 = \frac{v}{\lambda} = \frac{344}{12} = 28.\bar{6} \text{ Hz}$$

n-edik harmonikus az első harmonikus n-szerese:

$$\underline{\underline{f_3 = 3 \cdot f_1 = 86 \text{ Hz}}}$$

5. Egy 2 cm sugarú szigetelögömb töltése $8 \times 10^{-10} \text{ C}$, a gömbben a töltéssűrűség állandó. Mekkora az elektromos térerősség értéke a gömb középpontjától 1 cm távolságban, ha $\epsilon_r = 2$?

$$Q = 8 \cdot 10^{-10} \text{ C} \quad ; \quad r = 0.01 \text{ m} \quad ; \quad \epsilon_r = 2$$

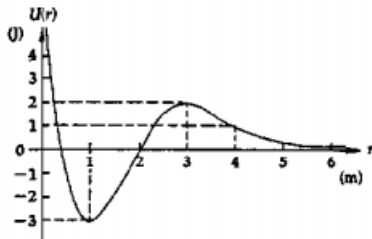
Felhasználva, hogy

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Qr}{R^3} =$$

(ahol r = középponttól való távolság, R = gömb sugara, ϵ_0 pedig a vákuum permittivitása:)

$$\underline{\underline{= \frac{1}{4\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 2} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-10} \cdot 0.01}{0.02^3} = \frac{1}{70.4\pi} \cdot 10^6 = 4521.45 \approx 4500 \frac{\text{V}}{\text{m}}}}$$

6. Az ábrán egy 500g-os részecske $U(r)$ helyfüggő potenciális energiafüggvénye látható. A részecske az $r = 1\text{m}$ helyen van. Mekkora sebességgel kell elindítani, hogy az origótól végtelen messze jusson?

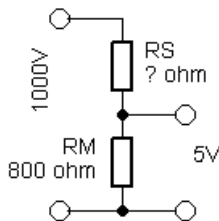


Az ábráról leolvassa $U(r = 1) = -3\text{ J}$. A legnagyobb energiát az $r = 3$ helyen éri el (2 J), tehát $\Delta U = U_{\max} - U_{\min} = 2 - (-3) = 5\text{ J}$ energiát kell közölni a részecskével. Ebből:

$$E_{\text{helyzeti}} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 5\text{ J} = \frac{0.5v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{20} \approx 4.47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

7. Az 5V méréshatárú (végkitérésű), 800 ohm belső ellenállású feszültségmérővel mekkora ellenállást kapcsoljunk sorba, hogy 1000 V feszültséget mérhessünk?

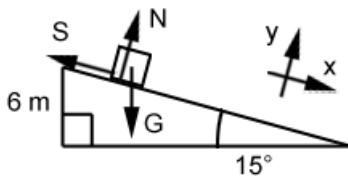
Ez egy egyszerű feszültségosztó kapcsolás (R_M a műszer, R_S a keresett soros ellenállás):



$$1000 \cdot \frac{R_S}{R_S + R_m} = 5 \Rightarrow R_S = 159.2\text{ k}\Omega$$

8. 15° -os lejtőn csúszik le egy test. A súrlódási együttható 0,1. Mekkora sebességgel érik a test a lejtő aljára, ha 6m magasból csúszott le?

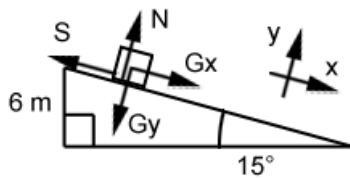
Felrajzoljuk a testet és a rá ható erőket (S súrlódási-, N nyomó-, és G gravitációs erő).



Felbontjuk G -t x és y komponensekre (ahol $G = mg = 10m$, mert $g = 10\text{ m/s}^2$ az egyszerűség kedvéért):

$$G_x = G \cdot \sin 15^\circ = mg \sin 15^\circ = 10m \cdot \sin 15^\circ$$

$$G_y = G \cdot \cos 15^\circ = mg \cos 15^\circ = 10m \cdot \cos 15^\circ$$



y irányban (lejtőre merőlegesen) nincs elmozdulás, ezért $N = G_y = 10m \cdot \cos 15^\circ$.

Mivel $S = \mu N$, $S = 0.1 \cdot 10 \cdot m \cdot \cos 15^\circ = m \cdot \cos 15^\circ$. Ebből:

$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow G_x - S = ma_x \Rightarrow 10m \cdot \sin 15^\circ - m \cdot \cos 15^\circ = ma_x$$

m-el osztva mindkét oldalt:

$$10 \cdot \sin 15^\circ - \cos 15^\circ = a_x \approx 1.622 \text{ m/s}^2$$

Lejtő hossza (s):

$$\sin 15^\circ = 6/s \Rightarrow s = 23.18 \text{ m}$$

Mivel $v^2 = v_0^2 + 2a(s-s_0)$: (Itt lehetne $s = \frac{1}{2}at^2$ -el és $v = at$ -vel is számolni)

$$v = \sqrt{0 + 2a_x(s - 0)} = \sqrt{2 \cdot 1.622 \cdot 23.18} \approx 8.6 \text{ m/s}$$

9. Egy 120 méter átmérőjű nagy, kerék alakú űrállomás a peremén lévő személyek 3 m/s^2 „mesterséges gravitációval” való ellátása céljából forgásban van. Határozzuk meg, mekkora (fordulat per perc egységben mért) fordulatszámmal lehet ezt a hatást elérni!

Centripetális gyorsulás a feladatszöveg alapján $a_{cp} = 3 \text{ m/s}^2$, sugár pedig $r = 60 \text{ m}$.

A tangenciális (kerületi) sebesség $a_{cp} = v_t^2/r$ képletből:

$$v_t = \sqrt{a_{cp}r} = \sqrt{180} \approx 13.42 \text{ m/s}$$

Űrállomás kerekének kerülete: $K = 2\pi r = 377 \text{ m}$

Egy fordulathoz szükséges idő (periódusidő): $T = K/v = 28.1 \text{ s}$, amiből a frekvencia (1/min egységben):

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{28.1} = 0.0356 \left[\frac{1}{s} \right] = 0.0356 \left[\frac{1}{\frac{1}{60} \text{ min}} \right] = 0.0356 \cdot 60 \approx 2.14 \frac{1}{\text{min}}$$

10. 5 N/m rugóállandójú rugóhoz kapcsolt 6 kg tömegű test csillapodó rezgéseket végez. Energiája 2 s alatt exponenciálisan az e-ed részére csökken. Mekkora a rezgés frekvenciája?

$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{5/6} = 0.913 \Rightarrow f = \omega/2\pi \approx 0.14 \text{ Hz}$$

Feleletválasztós kérdések

1. Egy feszültségforrásra kötött síkkondenzátor lemezeit lassan eltávolítjuk egymástól. Hogyan változik a kondenzátor kapacitása?

- a. A kondenzátor kapacitása nem változik.
- b. A kondenzátor kapacitása csökken.**
- c. A kondenzátor kapacitása nő.

A kapacitást nem befolyásolja, hogy feszültség alatt van-e a kondenzátor vagy sem. A kapacitás képlete alapján (ahol *epsilon* a dielektromos állandó, *A* a fegyverzet felülete, *d* a fegyverzetek közti távolság):

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Látható, hogy a lemezek távolsága fordítottan arányos a kapacitással. Feltételezve, hogy más paraméter nem változik, a kapacitás csökkenni fog.

2. Nyugvó liftben a kis szögkitéréssel lengő egyszerű inga és a rugóra erősített, harmonikus rezgőmozgást végző test periódusideje megegyezik. Csillapodásuk elhanyagolható. Megváltozik-e a periódusidejük, ha a lift függőleges egyenes mentén felfelé gyorsul? (A két test mozgása továbbra is harmonikus marad.)

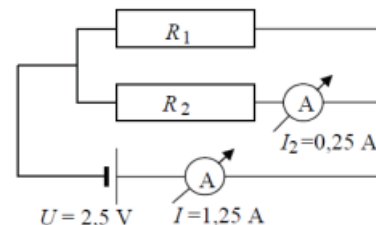
- a. Az inga periódusideje megváltozik, a rezgő testé nem.**
- b. Mindkettő periódusideje megváltozik.
- c. A rezgő test periódusideje megváltozik, az ingáé nem.
- d. Egyik periódusideje sem változik meg.

Inga periódusideje (kis θ szögre): $T \approx 2\pi\sqrt{L/g}$, ahol *L* a kötéll hossza, *g* a gravitációs gyorsulás. Rugó periódusideje: $T = 2\pi\sqrt{m/k}$, ahol *m* a tömeg, *k* a rugóállandó.

Látható, hogy csak az inga függ a gyorsulástól (*g*).

3. Válassza ki az alábbiak közül az ábra adatainak segítségével az *R1* ellenállás értékét! (A műszerek és a feszültségforrás ideálisnak tekinthetők.)

- a. 2Ω
- b. $2,5 \Omega$**
- c. 40Ω
- d. 50Ω



Kirchhoff I. (csomóponti) törvénye alapján R_1 -re jutó áram $1,25 - 0,25 = 1 \text{ A}$. Mindkét ellenállásra azonos feszültség jut (párhuzamos kapcsolás), ezért R_1 feszültsége $2,5 \text{ V}$. Ebből Ohm-törvénnyel: $R_1 = U_1/I_1 = 2,5 / 1 = 2,5 \Omega$

4. A természetben sosem fordulhat elő, hogy hőszigetelt edényben tárolt, 0 °C-os vízből spontán módon 5 °C-os víz keletkezik, felszínén úszó jégdarabokkal. Milyen fizikai törvényt sértene egy ilyen esemény bekövetkezése?

- a. Az energiamegmaradás törvényét.
- b. A hőtan I. főtételét.
- c. A hőtan II. főtételét.**
- d. A hőtan 0. főtételét.

A rendszer entrópiája spontán módon növekedne, ami ellentmond a II. főtételnek.

5. Az alábbi állítások egy pozitív töltésűre feltöltött véges méretű tömör fémhengerre vonatkoznak. Melyik hibás közülük?

- a. Az elektromos erővonalak a fém felülete mentén mindenhol a felületre merőleges irányba indulnak.
- b. A fém belsejében a térerősség nulla.
- c. A fém belsejében a potenciál állandó.
- d. A fém felületén a térerősség mindenütt azonos nagyságú.**

Fémhenger görbületi sugara nem állandó (mivel nem gömb), és a térerősség fordítottan arányos a görbületi sugárral (csúcshatás), ezért *d* válasz a hamis.

6. Két pontszerűen kicsiny test lebeg egymástól R távolságra a világűrben. Mindkettőn elektromos töltés van, melyeknek nagysága akkora, hogy a testek közti gravitációs vonzást éppen kiegyenlíti a Coulomb-taszítás. Ekkor a két testet 2R távolságra húzzuk szét egymástól, majd kezdősebesség nélkül elengedjük. Mi fog történni?

- a. Egyre gyorsulva távolodnak egymástól.
- b. A két test visszatér a kiinduló helyzetbe.
- c. Egyre gyorsulva közelednek egymáshoz.
- d. Mozdulatlanul lebegnek tovább 2R távolságban.**

Mindkét erő (taszító elektromos erő és vonzó gravitációs erő) négyzetesen fordítottan arányos a távolsággal, tehát 2R esetén is ugyanakkorák (de ellentétes irányúak) lesznek.

7. Egy vízszintes helyzetű, egyik végén rögzített rugóra m tömegű testet erősítve T rezgésidejű rezgés jön létre, ha a rugót kissé megnyújtják, majd elengedik. (A test vízszintes alátámasztáson súrlódásmentesen mozog.) Ehhez képest mekkora lesz a rezgésidő, ha ugyanezt a rugót ugyanezzel a testtel függőleges szabadrezgésbe hozzák?

- a. Kisebb.
- b. Ugyanakkora.**
- c. Nagyobb.
- d. A kérdés eldöntéséhez a tömeg ismerete szükséges.

Rugóhoz kötött test periódusideje független a gyorsulástól (itt k = rugóállandó, m = tömeg):

$$\omega = \sqrt{k/m} \quad ; \quad T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{m/k}$$

8. Egy edényben lévő hideg vízbe meleg vaskockát helyezünk. Kis idő elteltével azt tapasztaljuk, hogy a vaskocka lehűl, a víz pedig valamelyest felmelegszik. Ez a folyamat reverzibilis vagy irreverzibilis volt?

- a. Reverzibilis, hiszen bármikor kivehetjük a kockát, lehűthetjük a vizet, és újra felmelegíthetjük a kockát.
- b. Irreverzibilis, mert a vaskocka magától nem fog hőt elvonni a víztől és felmelegedni.**
- c. Reverzibilis, mivel sem a víz, sem pedig a vas nem ment keresztül fázisátalakuláson.
- d. Irreverzibilis, mivel a vaskocka behelyezésekor munkát végeztünk.

?

9. Milyen erőket nevezünk konzervatívnak?

- a. Az állandó nagyságú és irányú erőket nevezzük konzervatívnak.
- b. Konzervatív erők azok, amelyek ütközésnél az impulzus megmaradását eredményezik.
- c. A zárt rendszerben ható erőket nevezzük konzervatívnak.
- d. Konzervatívak azok az erők, melyek munkavégzése az úttól független.**

Definíció szerint *d*.

10. Két labdát ejtünk le azonos magasságból, és azok a földről visszapattannak. Az első labda lendülete közvetlenül az ütközés után épp fele az ütközés előttinek. A második labda mozgási energiája közvetlenül az ütközés után épp fele az ütközés előttinek. Melyik labda emelkedik magasabbra visszapattanás után, ha a légellenállás elhanyagolható?

- a. Nem lehet eldönteni, mivel nem tudjuk, egyforma tömegűek-e a labdák.
- b. A második labda emelkedik magasabbra.**
- c. Az első labda emelkedik magasabbra.
- d. Pontosán egyforma magasra emelkednek.

I. labda

$$I_0 = mv_0 \quad ; \quad I_p = mv_p = 0.5I_0$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0) \text{ egyenletből:}$$

$$v_0 = \sqrt{2gh_0} \quad ; \quad v_p = \sqrt{2gh_p}$$

$$I_0 = 0.5I_p \Rightarrow m\sqrt{2gh_0} = 0.5m\sqrt{2gh_p}$$

Rendezve (m, g kiesik):

$$\boxed{h_p = \frac{h_0}{4}}$$

II. labda

$$E_0 = mgh_0 \quad ; \quad E_P = mgh_P$$

$$E_P = 0.5E_0 \Rightarrow mgh_0 = 0.5mgh_P$$

Rendezve (m, g kiesik):

$$h_P = \frac{h_0}{2}$$

Tehát a 2. labda pattan vissza magasabbra.