

## Emlékeztető

- Segédeszközként csak a deriválttáblázat használható!
- A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.
- Minden feladatot kezdjenek külön oldalon, a feladatok sorrendben kövessék egymást!
- A \*-os feladatokból 15 pont, összesen pedig 40 pont szükséges a sikeres vizsgához!

1. feladat 10 pont

Legyen  $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$  és  $w = 1 + 2i$ . Adja meg a  $z + w$ ,  $\frac{z}{w}$  és  $z^{2015}$  valós részét!

2. feladat 4+12 pont

Mondja ki a Bolzano-Weierstrass kiválasztási tételt!

Vizsgálja az

$$a_n = \left(1 - \frac{(-1)^n}{n - (-1)^n}\right)^{3n+1}$$

sorozat limesz inferiorját, limesz superiorját, és limeszét!

3. feladat 3+3+4+4 pont

Legyen  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ , és  $g(x) = x^{1/x}$

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = ?$       (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$       (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = ?$       (d)  $g'(x) = ?$

4. feladat 4+6+4 pont

Mondja ki és bizonyítsa be a szorzatfüggvény deriválási szabályát! Mutasson olyan  $f$  és  $g$  függvényeket, melyek nem deriválhatók a 0-ban, de szorzatuk igen!

5. feladat\* 12 pont

Az  $x_0 = 1$ -ben tetszőlegesen sokszor deriválható  $y(x)$  függvény kielégíti az

$$y^6 + 15y + 2x^3y^2 - x^2 - 4x = \beta - 17$$

implicit egyenletet, és  $y(1) = -1$ . Milyen lokális szélsőértéke van  $x_0$ -ban?

6. feladat\* 8+8 pont

Határozza meg az alábbi integrálokat! (A (b)-nél használja a  $t = 1 + \sqrt{x}$  helyettesítést!)

(a)  $\int (x^2 + 1) \sin(3x - 1) dx$       (b)  $\int \frac{3\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$

7. feladat\* 8 pont

Határozza meg az  $\int_0^1 \frac{\arctg x}{1 + x^2} dx$  Riemann-integrált!

8. feladat\* 10 pont

Határozza meg az  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2x^2 - 4x + 4} dx$  improprius integrált!