Maxwell törvények középiskolás formái (csak viszonyítás képen, nem ezek írják le a létező világ elektromágneses törvényeit):

I. (Gauss elektromosság törvénye): $$\Psi=\mathring{\sum_A} E\,\Delta A=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_V Q_i$$

II.(Faraday törvénye): $$V=\mathring{\sum_L} E\,\Delta s=-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

III. (Gauss mágnesesség törvénye): $$\Delta\Phi=\mathring{\sum_A} B\,\Delta A=0$$

IV. (Ampere törvénye): $$\mathring{\sum_L} B\,\Delta s=\mu_0\left(I+\varepsilon_0\frac{\Delta\Psi}{\Delta t}\right)$$

Maxwell törvények mikroszkopikus formái:

I. (Gauss elektromosság törvénye):

$$\oiint_{\partial V} \underline{E}\,d^2\underline{f}=\frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho(\underline{r})\,d^3V \qquad \operatorname{div}\underline{E}=\frac{\rho(\underline{r})}{\varepsilon_0}$$

II.(Faraday törvénye):

$$\oint_{\partial A} \underline{E}\,d\underline{r}=-\frac{\partial}{\partial t}\iint_A \underline{B}\,d^2\underline{f} \qquad rot\,\underline{E}=-\frac{\partial\underline{B}}{\partial t}$$

III. (Gauss mágnesesség törvénye):

$$\oiint_{\partial V} \underline{B}\,d^2\underline{f}=0 \qquad \operatorname{div}\underline{B}=0$$

IV. (Ampere törvénye):

$$\oint_{\partial A} \underline{B}\,d\underline{r}=\mu_0\iint_A \underline{J}\,d^2\underline{f}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\iint_A \underline{E}\,d^2\underline{f} \qquad rot\,\underline{B}=\mu_0\underline{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\underline{E}}{\partial t}$$

Maxwell törvények makroszkopikus formái:

I. (Gauss elektromosság törvénye):

$$\oiint_{\partial V} \underline{D}\,d^2\underline{f}=\iiint_V \rho(\underline{r})\,d^3V \qquad \operatorname{div}\underline{D}=\rho(\underline{r})$$

II.(Faraday törvénye):

$$\oint_{\partial A} \underline{E}\,d\underline{r}=\frac{\partial}{\partial t}\int_A \underline{B}\,d^2\underline{f} \qquad \operatorname{rot}\underline{E}=-\frac{\partial\underline{B}}{\partial t}$$

II. (Gauss mágnesesség törvénye):

$$\oiint_{A} \underline{B}\,d^2\underline{f}=0 \qquad \operatorname{div}\underline{B}=0$$

IV. (Ampere törvénye):

$$\oint_{\partial A} \underline{H}\,d\underline{r}=\iint_A \underline{J}\,d^2\underline{f}+\frac{\partial}{\partial t}\iint_A \underline{D}\,d^2\underline{f} \qquad \operatorname{rot}\underline{H}=\underline{J}+\frac{\partial\underline{D}}{\partial t}$$

$$\underline{J}=\frac{I}{|\underline{A}|}$$

$$\underline{D}=\varepsilon_0\underline{E}+\underline{p} \qquad \underline{p}=q\,\underline{l}$$

$$\underline{H}=\frac{\underline{B}}{\mu_0}$$

Coulomb törvény:

$$\underline{F}_{12}=k\frac{Q_1 Q_2}{|r_{12}|^2}\frac{\underline{r}_{12}}{|\underline{r}_{12}|} \qquad k=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\underline{E}(\underline{r})=\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\underline{e}_r \qquad \underline{E}=\lim_{q_0\to 0}\frac{\underline{F}}{q_0}$$

Az elektromos dipólus:

Dipólus térerőssége: $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{x^3}$

Dipólusmomentum: $\underline{p}=q\,\underline{l}$

-ra ható forgatónyomaték: $\underline{M}=\underline{p}\times\underline{E}$

Potenciális energia: $U_e=-(\underline{p}\cdot\underline{E})$

* $\Psi(\underline{u})=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\operatorname{div}\underline{p}(\underline{r}')}{|\underline{r}-\underline{r}'|}dV \qquad \oint\underline{D}\,d\,\underline{f}=\sum Q$

Apoláris anyagok:

* $\underline{D}=\varepsilon_0\underline{E}+\underline{p}$

* $\chi_e=\frac{n e^2}{m_e\omega_0^2\varepsilon_0}$

Az elektromos potenciál:

Ponttöltés környezetében az elektromos potenciál:

$V=\frac{kq}{r}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$, több töltés: $V=k\sum_i\frac{q_i}{r_i}$

$E=-\operatorname{grad}V$

Gauss törvény:

Elektromos fluxus: $\Psi=\iint_A\underline{E}\cdot d^2\underline{f}$

Térerősség felület környezetében: $E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

Kondenzátor:

Kapacitás: $V=\frac{C}{Q}$

Síkkondenzátor: $E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{A\varepsilon_0}$

Kapacitása: $C=\varepsilon_0\frac{A}{d}$

Relatív permittivitás $\kappa\frac{C}{C_0}$

Energiája: $U_c=\frac{1}{2}CV^2$

Energiasűrűség: $u_e=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$, dielektrikumban: $u_e=\frac{1}{2}\kappa\varepsilon_0 E^2$

Az elektromos áram:

$$I=\frac{dQ}{dt}$$

$$\underline{I}=n\,e\,\underline{v}_d\,A$$

Ellenállás:

$$R=\rho\frac{A}{L}$$

Fajlagos ellenállás hőmérsékletfüggése: $\rho=\rho_0(1+\alpha(T-T_0))$

Ohm törvény (makroszkopikus): $V=IR$

Joule törvény: $P=VI=\frac{V^2}{R}=I^2R$

Áramsűrűség:

$$\underline{J}=\frac{I}{A} \qquad \underline{J}=nq\underline{v}_d$$

$$\underline{I}=\iint_A \underline{J}\,d^2f$$

Ohm törvény áramsűrűséggel (mikroszkopikus): $\underline{J}=\sigma\underline{E}$

Egyenáramú áramkörök:

Kirchhoff I (hurok) törvény: $\sum_{hurok} V=0$

II (csomópont) törvény: $\sum_{csomópont} I=0$

Kondenzátor töltése: $q=CV\left(1-e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$ $\qquad i=\left(\frac{\varepsilon}{R}\right)e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$

Kondenzátor kisütése: $q=Q_0\left(1-e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}\right)$ $\qquad i=-\left(\frac{\varepsilon}{R}\right)e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$

$$\tau=RC$$

Mágneses erőtér:

Mágneses mezőben töltés: $\underline{F}=q\underline{v}\times\underline{B}$

a körpálya sugara: $R=\frac{\sqrt{2\mathrm{mK}}}{qB}$

Ciklotron frekvencia: $f=\frac{B}{2\pi}\left(\frac{q}{m}\right)$

Lorenzt-erő: $\underline{F}=q(\underline{E}+\underline{v}\times\underline{B})$

Áramvezetőkre ható erő: $\underline{F}_l=I\cdot\underline{l}\times\underline{B}$ $\qquad \underline{F}=\int I\cdot d\underline{l}\times\underline{B}$

Mágneses dipólus (áramvezető hurok):

dipólus momentum: $\underline{\mu}=I\cdot\underline{A}$

N menetszám esetén: $\underline{\mu}=N\cdot I\cdot\underline{A}$

nyomaték: $\underline{M}=\underline{\mu}\times\underline{B}$

dipólus potenciális energiája: $U_m=-(\underline{\mu}\cdot\underline{B})$

Mágneses fluxus: $\Phi=\iint_A \underline{B}\cdot d^2\underline{f}$

Mágneses tér forrása:

Biot-Savart törvény: $d\underline{B}=\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{I\,d\underline{l}\times\hat{r}}{r^2}$

$$I=\mu_0\oint B\,dr \qquad I=\oint H\,dr$$

Két áramvezető közötti erő: $F=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1I_2}{d}l$

Egyenesvezető mágnese tere: $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Körvezető mágnese tere: $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{IR^2\pi}{\left(R^2+Z^2\right)^{3/2}}$

Szolenoid tekercs mágneses tere: $B=\frac{\mu N I}{L}$ $H=\frac{N I}{L}$

Toroid tekercs mágneses tere: $B=\frac{\mu N I}{2\pi r}$ $H=\frac{N I}{2\pi r}$

Faraday törvény:

$$\varepsilon=-N\frac{d\Phi}{dt}$$

Mozgási indukció: $\varepsilon=-Blv$

Önindukció: $\varepsilon=-L\frac{dI}{dt}$ $L\equiv\frac{N\Phi}{I}$

Toroid/szolenoid ön induktivitása: $L=\frac{\mu_0 N^2 A}{l}$

Kölcsönös indukció: $\varepsilon=-M\frac{dI_2}{dt}$ $M_{12}=M_{21}$

$$M=\frac{N_1\Phi_1}{I_2}=\frac{N_2\Phi_2}{I_1}$$

RL – körök:

Tekercs árama (bekapcsolás): $I=\frac{\varepsilon}{R}\left(1-e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}\right)$

Tekercs árama (kikapcsolás): $I=\frac{\varepsilon}{R}e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t}$

$$\tau=\frac{L}{R}$$

Tekercsben tárolt energia: $U_L=\frac{1}{2}LI^2$

energiasűrűség: $u_b=\frac{1}{2\mu_0}B^2$

Mágneses anyagok:

$\underline{B}=\mu\,\underline{H}$ $\mu=\mu_0(1+\chi)$ $\mu_r=1+\chi$

Váltakozó áramú áramkörök:

Kapacitív ellenállás: $X_C=\frac{1}{\omega C}$

Induktív ellenállás: $X_L=\omega L$

Fázisállandó: $\phi=arctg\left(\frac{X_L-X_C}{R}\right)$

Soros impedancia: $Z=\sqrt{R^2+\left(X_L-X_C\right)^2}$

Soros rezgőkör: $X_C=X_L$

rezonancia: $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

Párhuzamos rezgőkör: $\phi = arctg\left(\frac{\omega_0 L}{R}\right)$

rezonancia: $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$

Jósági tényező: $Q \equiv \frac{\omega_0 L}{R}$

Átlagos teljesítmény: $P_{átl} = \frac{VI}{2} \cos\phi = V_{eff} I_{eff} \cos\phi = \frac{V_{eff}^2}{Z} \cos\phi = (V_R)_{eff} I_{eff} = I_{eff}^2 R$

Transzformátor: $R_{eff} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2$

Állandók:

Egység töltés:	$e=1{,}6\cdot 10^{-19}\,C$	
elektron tömege:	$m_e=9{,}1\cdot 10^{-31}$	
proton tömege:	$m_p=1{,}672\cdot 10^{-27}$	
neutron tömege.	$m_n=1{,}674\cdot 10^{-27}$	
vákuum permittivitás:	$\varepsilon_0=8{,}9\cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm}$	$k=9\cdot 10^{9}\,\frac{Nm^2}{C^2}$
Elektron volt:	$1\,eV=1{,}6\cdot 10^{-19}\,J$	
vákuum permeabilitás:	$\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{Tm}{A}$	
Szuszceptibilitás:	χ	
Planck állandó:	$h=6{,}626\cdot 10^{-34}\,Nms$	

Mértékegységek:

Teljesítmény: $[P]=1\,W=1\,\frac{Nm}{s}=1\,VA=1\,\frac{kg\,m^2}{s^3}$

Elektromos térerősség: $[E]=1\,\frac{V}{m}=1\,\frac{Tm}{s}=1\,\frac{N}{C}=1\,\frac{kg\,m}{C\,s^2}$

Elektromos fluxus: $[\Psi]=1\,\frac{N\,m^2}{C}=1\,\frac{kg\,m^3}{C\,s^2}$

Feszültség: $[V]=1\mathrm{V}=1\,\frac{J}{C}=1\,\frac{kg\,m^2}{C\,s^2}$

Kapacitás: $[C]=1\,F=1\,\frac{C}{V}=1\,\frac{C^2\,s^s}{kg\,m^2}$

Áramerősség: $[I]=1\,A=1\,\frac{C}{s}$

Ellenállás: $[R]=1\,\Omega=1\,\frac{V}{A}=\frac{kg\,m^2}{C^2\,s}$

Mágneses indukció: $[B]=1\,T=1\,\frac{Ns}{Cm}=1\,\frac{N}{Am}=1\,\frac{Wb}{m^2}=1\,\frac{Vs}{m^2}=1\,\frac{HA}{m^2}=1\,\frac{kg}{C\,s}$

Mágneses fluxus: $[\Phi]=1\,Wb=1\,T\,m^2=\frac{kg\,m^2}{C\,s}$

Vektor analízis:

Gradiens: $grad\,\underline{v}=\nabla(\underline{v})=\left(\frac{\partial \underline{v}}{\partial x},\ \frac{\partial \underline{v}}{\partial y},\ \frac{\partial \underline{v}}{\partial z}\right)$ legnagyobb meredekség

Divergencia: $\mathrm{div}\,\underline{v}=\nabla\cdot\underline{v}=\frac{\partial \underline{v}_x}{\partial x}+\frac{\partial \underline{v}_y}{\partial y}+\frac{\partial \underline{v}_z}{\partial z}$ forráserősség

Rotáció: $\mathrm{rot}\,\underline{v}=\nabla\times\underline{v}=\left(\frac{\partial \underline{v}_z}{\partial y}-\frac{\partial \underline{v}_y}{\partial z},\ \frac{\partial \underline{v}_x}{\partial z}-\frac{\partial \underline{v}_z}{\partial x},\ \frac{\partial \underline{v}_y}{\partial x}-\frac{\partial \underline{v}_x}{\partial y}\right)$ örvényerősség

Nabla: $\nabla=\left(\frac{\partial}{\partial x},\ \frac{\partial}{\partial y},\ \frac{\partial}{\partial z}\right)$ differenciál operátor

Elektromágneses hullámok:

Eltolási áram (Ampere-törvény): $I_d = \varepsilon_0 \frac{d\Psi}{dt}$

*hullámegyenlet: $\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$ és $\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$

szinuszos hullám: $E_y = E_{y0} \sin(kx - \omega t)$ és $B_z = B_{z0} \sin(kx - \omega t)$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega = 2\pi f$

$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

$E_y = cB_z$

Energiasűrűség: $u_{átl} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_{y0}^2$ ill. $u_{átl} = \frac{1}{2\mu_0} B_{z0}^2$

$u = u_E + u_B = \varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0}$

Poynting vektor: $\underline{S} = \frac{1}{\mu_0} \underline{E} \times \underline{B}$ $S_{átl} = \frac{1}{2\mu_0} E_{y0} B_{z0} = u_{átl} c$

Energiaáram (teljesítmény): $P = \int_A \underline{S_{átl}} d^2 \underline{f}$

Hullám impulzusa: $U = pc$, $U = P \cdot \Delta t$

Elnyelődő sugárzás által kifejtett erő: $F = \frac{1}{c} \frac{dU}{dt}$

sugárnyomás: $p = \frac{S_{átl}}{c} (teljes\ elnyelődés)$

$p = \frac{2 S_{átl}}{c} (teljes\ visszaverődés)$

Geometriai optika:

leképezési törvény: $\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$

nagyítás: $N = -\frac{k}{t}$

fénytörés: $n = \frac{c}{v}$

Snellius: $n_1 \sin \Theta_1 = n_2 \sin \Theta_2$

teljes visszaverődés: $\sin \Theta_c = \frac{n_1}{n_2}$

látszólagos mélység: $d = H \left(\frac{n_1}{n_2} \right)$

vékony lencse fókusztávolsága: $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$

2 lencse: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

dioptria: $D = \frac{1}{f[m]}$

szögnagyítás:

nagyító: $N_{sz} = \frac{25\text{cm}}{f} + 1$

távcső: $N_{sz} = \frac{f_o}{f_{sz}}$

mikroszkóp: $NN_{sz} = \left(\frac{l}{f_o}\right)\left(\frac{25\text{cm}}{f_{sz}}\right)$

Fizikai optika:

$$E_1 + E_2 = 2E_0 \cos\frac{\phi}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

intenzitás: $I = I_0 \cos^2\frac{\Phi}{2,}\quad I_0 = 4E_0^2$

fi 3 dolog miatt lehet:

1. $\Delta r\ \textit{útkülömbség}: \phi = 2\pi\left(\frac{\Delta r}{\lambda}\right)$
2. $b\ \textit{vastagságú}\ n\ \textit{törésmutatójú cucc}: \phi = 2\pi\frac{b}{\lambda_a}(n-1)$
3. $\textit{visszaverődés, optikailag sűrűbb közegről}: \phi += \pi$

Interferencia:

maximumok: $m\lambda = d\sin\Theta,\quad m = 1, 2, 3, \ldots$

kis szögek: $m\lambda = d\frac{y}{D}$

minimumok: $\left(m + \frac{1}{2}\right) = d\sin\Theta$

mellékmaximumok sz = rések sz -2

vékony levegőékek:

kioltás feltétele: $2\text{d} = m\lambda$

sötét csíkok távolsága: $l = \frac{\lambda}{2\Theta}$

Newton-gyűrűk sugara: $r_m = \sqrt{Rm\lambda}$

Michelson-féle interferométer: $2\text{d}\cos\Theta = m\lambda$

Diffrakció:

Elhajlás résen: $m\lambda = a\sin\Theta$

Intenzitáseloszlás: $I_\Theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right),\quad \alpha = \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)a\sin\Theta$

Diffrakciós rács: $m\lambda = d\sin\Theta$

Diszperzió: $D \equiv \frac{d\Theta}{d\lambda} = \frac{m}{d\cos\Theta}$

Felbontóképesség: $R \equiv \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$

Köralakú diffrakció: $\sin\Theta_R = \frac{1{,}22\lambda}{D}$

Rayleigh kritérium: $\Theta_R = \frac{(1{,}22)\lambda}{D}$

Röntgen diffrakció: $m\lambda = 2\text{d}\sin\phi$

Poláros fény:

Átengedett intenzitás (Maulus): $I = I_0\cos^2\Theta$

2 polárszűrőn (polarizátor + analizátor): $I = \frac{I_0}{2}\cos^2\Theta$

Teljes polarizáció (Brewster): $tg\,\Theta_p = n$

Sugárzás kvantumos természete:

feketetest teljesítménysűrűsége: $R = \sigma T^{4,} \quad \sigma = 5{,}672 \cdot 10^{-8} \dfrac{W}{m^2 K^4}$

foton energiája: $E = hf$

foton impulzusa: $p = \dfrac{h}{\lambda}$

fotoelektromos egyenlet: $hf = K_{max} + W_0$

Sugárzás hullámtermészete:

Dobozba zárt részecske: $E = \dfrac{p^2}{2\mathrm{m}} = \dfrac{h^2}{2\mathrm{m}\,\lambda^2}$

$$n\frac{\lambda}{2} = D$$

$$E_n = \left(\frac{h^2}{SmD^2}\right) n^2$$

Atomfizika:

Schrödinger-egyenlet: $\left[-\left(\dfrac{\hbar^2}{2\mathrm{m}}\right)\dfrac{d^2}{dx^{2s}} + U(x)\right]\Psi = E\,\Psi$

$$\Psi = \Psi_{max} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

E: hidrogénatom energiája

$$U = -\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{e^2}{r}$$

Főkvantumszám: n

H atom energiái $E_n = \dfrac{13{,}6\,eV}{n^2}$

mellékkvantumszám: l(=0, 1, …, n-1)

elektron impulzusmomentuma $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$

mágneses kvantumszám: $m_l (= 0, \pm 1, \ldots, \pm l)$

$$L_z = \hbar m_l$$

mágneses dipólmomentum: $\mu = -\left(\dfrac{e}{2\mathrm{m}}\right) L$

$$\mu_z = -\left(\frac{e}{2\mathrm{m}}\right) L_z = -\left(\frac{e\hbar}{2\mathrm{m}}\right) m_l$$

Bohr magneton: $\left(\dfrac{e\hbar}{2\mathrm{m}}\right) m_l = 9{,}27 \cdot 10^{-24}\, A \cdot m^2$

spin-kvantumszám: $m_s (= \pm 1/2)$

$$S = \hbar\sqrt{s(s+1)}, \quad s = \frac{1}{2}$$

$$S_z = \hbar m_s$$

$$(\mu_s)_z = m_s \left(\frac{e\hbar}{m}\right)$$

L-S csatolás:

$$j = \pm 1/2 \qquad m_j = \pm j, \pm(j-1), \pm(j-2)$$

Elektron megtalálási valószínűség:

általános hullámfüggvény: $\Psi = A\, e^{-\frac{r}{a}}$

1s állapotú normált hullámfüggvény: $\Psi = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-\frac{r}{a}}$, ahol $a \equiv 0{,}0529\, nm\, , Bohr - sugár$

valószínűségi sűrűség: $p = |\Psi|^2$

térfogatelem vsz.: $P = \int p\, d^2 V$

radiális vsz.: $P = \int p(r)\, dr$, $dV = 4\pi r^2 dr$