

### A. csoport

1. Két telefon van az irodában, éppen mindkettőn beszélnek. Bálint átlagosan 5 percig szokott beszélni, Dénes 3 percig. Legyen  $X$  és  $Y$  az a valószínűségi változó, amely azt mondja meg, hogy mostantól hány perc múlva fejezi be Bálint, illetve Dénes a beszélgetést. Mennyi a valószínűsége, hogy Bálint előbb fejezi be a beszélgetést, mint Dénes? (A beszélgetés ideje exponenciális eloszlású).

2. A menzán kétféle menüből, az A és B jelűből lehet választani. Ma olyan az ebéd, hogy a tapasztalatok szerint a diákoknak kb. a 20 százaléka választja az A menüt. Ebből már csak 16 adag van, a B-ből még 60. Még 70 ember van hátra.

a.) Mennyi a pontos valószínűsége, hogy mindenki kaphat olyat, amelyet szeretne? (Csak a képletet írja fel).

b.) Normális eloszlással közelítve, milyen eredményt kapunk?

3. Az  $X$  és  $Y$  valószínűségi változók együttes eloszlása a következő:

$\backslash X$	-1	0	1
$Y \backslash$			
-1	0.05	0.1	0.2
0	0.05	0.2	0.1
1	0.2	0.05	0.05

a.) Mennyi a kovarianciájuk és a korrelációs együtthatójuk?

b.) Mennyi  $E(Y | X = 1)$ ?

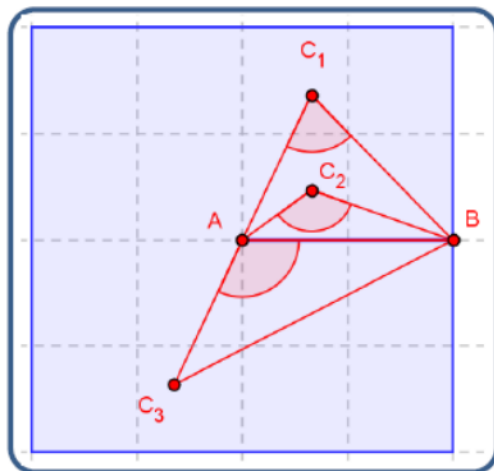
4. Legyen az  $X, Y$  együttes eloszlásfüggvénye

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c(y^2 - x^2)e^{-y} & , \text{ ha } -y \leq x \leq y, y > 0 \\ 0 & , \text{ különben} \end{cases}$$

Adjuk meg  $c$  értékét és számoljuk ki a perem-sűrűségfüggvényeket! Függetlenek?

5. Válasszuk az  $X$  és  $Y$  pontokat egymástól függetlenül a  $(-1, 1)$ -ben egyenletes eloszlás szerint. Tekintsük a következő másodfokú egyenletet:  $x^2 + X \cdot x + Y = 0$ . Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy a gyökök valósak!

6. **IMSC** Egy 4 egység oldalú négyzet középpontja A, egyik oldalának felezőpontja B. Véletlenszerűen kiválasztjuk a négyzet egy az AB egyenesére nem illeszkedő C pontját. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az ABC háromszög hegyesszögű lesz?



## B. csoport

1. Két telefon van az irodában, éppen mindkettőn beszélnek. Bálint átlagosan 6 percig szokott beszélni, Dénes 4 percig. Legyen  $X$  és  $Y$  az a valószínűségi változó, amely azt mondja meg, hogy mostantól hány perc múlva fejezi be Bálint, illetve Dénes a beszélgetést. Mennyi a valószínűsége, hogy Dénes előbb fejezi be a beszélgetést, mint Bálint? (A beszélgetés ideje exponenciális eloszlású).

2. A menzán kétféle menüből, az A és B jelűből lehet választani. Ma olyan az ebéd, hogy a tapasztalatok szerint a diákoknak kb. a 25 százaléka választja az A menüt. Ebből már csak 20 adag van, a B-ből még 40. Még 50 ember van hátra.

a.) Mennyi a pontos valószínűsége, hogy mindenki kaphat olyat, amelyet szeretne? (Csak a képletet írja fel).

b.) Normális eloszlással közelítve, milyen eredményt kapunk?

3. Az  $X$  és  $Y$  valószínűségi változók együttes eloszlása a következő:

$\backslash X$	-1	0	1
$Y \backslash$			
-1	0,1	0,05	0,2
0	0,05	0,2	0,1
1	0,15	0,1	0,05

a.) Mennyi a kovarianciájuk és a korrelációs együtthatójuk?

b.) Mennyi  $E(Y \mid X = -1)$ ?

4. Legyen az  $X, Y$  együttes eloszlásfüggvénye

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c(y^2 - x^2)e^{-2y} & , \text{ ha } -y \leq x \leq y, y > 0 \\ 0 & , \text{ különben} \end{cases}$$

Adjuk meg  $c$  értékét és számoljuk ki a peremsűrűségfüggvényeket! Függetlenek?

5. Válasszuk az  $X$  és  $Y$  pontokat egymástól függetlenül a  $(-1, 1)$ -ben egyenletes eloszlás szerint. Tekintsük a következő másodfokú egyenletet:  $f(x) = x^2 + X \cdot x - 2Y = 0$ . Határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy a gyökök valósak!

6. **IMSC** Egy 4 egység oldalú négyzet középpontja A, egyik oldalának felezőpontja B. Véletlenszerűen kiválasztjuk a négyzet egy az AB egyenesére nem illeszkedő C pontját. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az ABC háromszög tompaszögű lesz?

