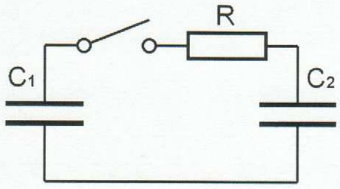
Villamosmérnök alapszak Fizika2 2. vizsga dolgozat, 2018. jún. 6.	1.	2.	3.	4.	M	E1	E2	E3	E4.	E5	B	Összes
*iMSc pontok**	i	i	i	i	---	---	---	---	---	----		i

*A fizika2 vizsgán összesen 10 iMSc pont gyűjthető az 1. - 4. számú számítási feladatok ***IMSC)***-vel jelölt feladatrészeinek fakultatív megoldásával. Ezen feladatrészek kiértékelését csak akkor végezzük el, ha a hallgató a vizsgán legalább 85%-os eredményt ért el. Az iMSc pontok a vizsgán gyűjtött pontszámhoz nem adódnak hozzá. A gyűjtött iMSc pontok a hallgatót a BME-VIK által meghatározott kedvezményekre jogosíthatják.

NÉV: ______________________________ **Neptun kód:** ______________________

Előadó: Márkus / Sarkadi

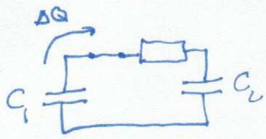
1. Megvalósítjuk az ábrán látható kapcsolást. A C_1 kondenzátor kezdetben U_1 feszültségre van feltöltve, a C_2 pedig töltetlen.



a) Mennyi töltés van a C_1 kondenzátorban? (1)

$$\boxed{Q_1 = C_1 U_1}$$

b) A kapcsolót zárjuk, majd megvárjuk, míg a rendszer állandósult állapotba kerül. Mennyi töltés áramlik át az R ellenálláson? (1)



$$\left.\begin{aligned} U_1' &= \frac{Q_1 - \Delta Q}{C_1} \\ U_2' &= \frac{\Delta Q}{C_2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{Q_1 - \Delta Q}{C_1} = \frac{\Delta Q}{C_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \Delta Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

Potenciálkülönbségek kiegyenlítődnek: $U_1' = U_2' = U'$

$$\Delta Q = \frac{Q_1}{C_1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \boxed{U_1 \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

c) Az állandósult állapot beállta után mekkora lesz a kondenzátorok feszültsége? (1)

$$U' = U_1' = U_2' = \frac{\Delta Q}{C_2} = U_1 \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cdot \frac{1}{C_2} = \boxed{U_1 \cdot \frac{C_1}{C_2 + C_1}}$$

d) Mennyi munkát végzett az R ellenállás a környezetén? (2)

$$W = -\Delta \mathcal{E}_{kond} = (\mathcal{E}_1 + 0) - (\mathcal{E}_1' + \mathcal{E}_2') = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 - \frac{1}{2} C_1 U'^2 - \frac{1}{2} C_2 U'^2 = \frac{1}{2}\left(C_1 U_1^2 - (C_1 + C_2) U_1^2 \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} U_1^2 \left(C_1 - \frac{C_1^2}{C_1 + C_2}\right) = \boxed{\frac{1}{2} C_1 U_1^2 \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

IMSC) Mekkorának válasszuk a C_2 kondenzátor kapacitását, hogy az ellenállás munkáját maximális legyen? Mennyi munkát végez az ellenállás ebben az esetben? (2,5)

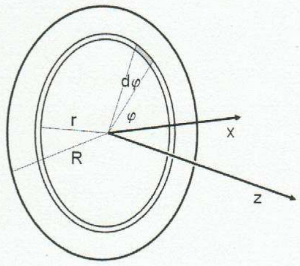
$W = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 \frac{C_2}{C_1 + C_2}$ maximális, ha $C_2 \to \infty$

$W = \lim_{C_2 \to \infty} \frac{1}{2} C_1 U_1^2 \frac{C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1}{2} C_1 U_1^2$ (A C_1 kondenzátor teljes energiája disszipálódik)

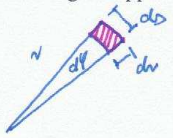
Ha $C_2 \to \infty$, a kapcsoló zárását követően C_2 feszültsége nem nő. $\Rightarrow$

Ekvivalens áramkör:

2. Adott egy R sugarú homogén σ felületi töltéssűrűséggel rendelkező korong, melynek tengelye a koordináta-rendszer z tengelyével esik egybe.



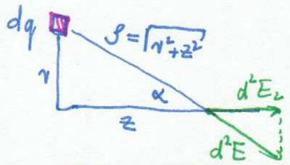
a) Mekkora töltéssel rendelkezik az ábrán szürke színel jelölt dr szélességű, $d\varphi$ szög alatt látszódó infinitezimális felületdarab, mely a korong középpontjától r távolságra található? (1)



$$ds = r\,d\varphi \qquad dA = dr\cdot ds = r\,dr\,d\varphi$$

$$dq = \sigma\, dA = \boxed{\sigma\, r\, dr\, d\varphi}$$

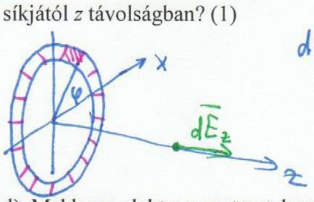
b) Mekkora az (a) feladatban definiált felületelem által keltett elektromos térerősség z komponense a gyűrű tengelye mentén, a gyűrű síkjától z távolságban? (1)



$$d^2E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{\varrho^2} \qquad \cos\alpha = \frac{z}{\varrho} \qquad d^2E_z = d^2E\cdot\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq\cdot z}{\varrho^3}$$

$$\boxed{d^2E_z = \frac{\sigma r z}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2}}\,dr\,d\varphi}$$

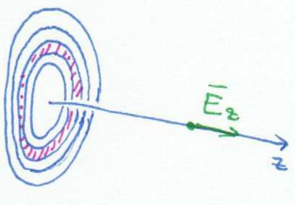
c) Mekkora elektromos teret hoz létre az r sugarú, dr szélességű gyűrű a gyűrű tengelye mentén, a gyűrű síkjától z távolságban? (1)



$$dE_z = \int_0^{2\pi} d^2E_z = \frac{\sigma r z}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2}}\,dr \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\sigma r z}{4\pi\varepsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2}}\,dr\cdot 2\pi$$

$$\boxed{dE_z = \frac{\sigma r z}{2\varepsilon_0 (r^2+z^2)^{3/2}}\,dr}$$

d) Mekkora elektromos teret hoz létre a teljes korong a korong tengelye mentén, a gyűrű síkjától z távolságban? (1) Használjuk ki, hogy: $\int \frac{r}{(r^2+z^2)^{3/2}}dr = -\frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}}$



$$E_z = \int_0^R dE_z = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r}{(r^2+z^2)^{3/2}}\cdot dr = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}}\right]_0^R$$

$$\boxed{E_z = \frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)}$$

IMSC) A (d) feladat eredményét vizsgálja $R\to\infty$ határesetben. Értelmezze a kapott eredmény fizikai tartalmát! (2,5)

$$E = \lim_{R\to\infty}\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}\right) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \lim_{R\to\infty}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\underbrace{\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}}_{\to 0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Ha $R\to\infty$, akkor egy homogén töltéssűrűségű végtelen síklap terét számítjuk ki. Ennek tere Gauss-tv. alkalmazásával is meghatározható, eredményül a fentiekkel konzisztens, homogén $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ teret kapunk.

3. Adott egy N menetű, l hosszúságú, R sugarú légmagos szolenoid tekercs, melyben konstans I áramot folyatunk.

a) Mekkora a mágneses indukció fluxusa a tekercs tengelyére merőleges keresztmetszetre vonatkoztatva? (1)

$$B_1 = \frac{\mu_0 I N}{l} \qquad \phi_1 = \int \vec{B}\, d\vec{A} = B_1 \cdot A = \boxed{\frac{\mu_0 I N}{l} \cdot R^2 \pi}$$

b) A szolenoidba betolunk egy μ_r relatív permeabilitású vasmagot, mely teljes egészében kitölti a szolenoid belsejét. Mekkora fluxusváltozás következik be a folyamat során? (1)

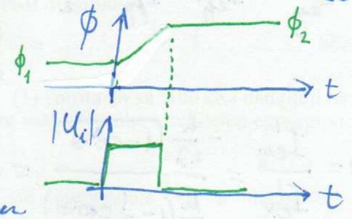
$$B_2 = \mu_r \cdot B_1 \Rightarrow \phi_2 = \mu_r \phi_1$$

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = (\mu_r - 1)\phi_1 = (\mu_r - 1)\frac{\mu_0 I N R^2 \pi}{l}$$

c) Mekkora feszültség mérhető a tekercs kivezetései között a vasmag betolása közben, ha feltételezzük, hogy a tekercs belsejében a fluxus egyenletesen növekedett a Δt ideig tartó folyamat során? (1) Vázlatosan ábrázolja az $\Phi(t)$, valamint az $U(t)$ függvényeket! (1)

$U_i = -N \cdot \frac{d\phi}{dt}$ Mivel a fluxusnövekedés időben egyenletes: $|U_i| = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

$$\boxed{|U_i| = (\mu_r - 1)\frac{\mu_0 N^2 I R^2 \pi}{l \cdot \Delta t}}$$



d) mennyi munkát végzett az áramforrás a kísérlet során? (1)

Tekercs energiája nőtt → áramforrás munkát végez

$$P = U \cdot I \qquad W = P \cdot \Delta t = UI \cdot \Delta t = \boxed{(\mu_r - 1)\frac{\mu_0 N^2 I^2 R^2 \pi}{l}}$$

IMSC) Mennyi mechanikai munkát képes végezni a szolenoidba becsúszó vasmag? (2,5)

Tekercs

$$W_{\text{áram forrás}} \Rightarrow \boxed{\Delta \mathcal{E}_{tek.} \Uparrow} \Rightarrow W_{mech}$$

$$\Delta \mathcal{E}_{tek} = \frac{1}{2}L_2 I^2 - \frac{1}{2}L_1 I^2 = \frac{1}{2}I^2(L_2 - L_1)$$

$$= \frac{1}{2}I^2\left(\frac{\mu_0 N^2 R^2 \pi}{l}\mu_r - \frac{\mu_0 N^2 R^2 \pi}{l}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0 N^2 R^2 \pi I^2}{l} \cdot (\mu_r - 1)$$

$$W_{mech} = W_{\text{áram}} - \Delta \mathcal{E}_{tek} = (\mu_r - 1)\frac{\mu_0 N^2 I^2 R^2 \pi}{l} - \frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 R^2 \pi I^2}{l}(\mu_r - 1) =$$

$$\boxed{W_{mech} = \frac{\mu_0 N^2 I^2 R^2 \pi}{2l} \cdot (\mu_r - 1)}$$

4. Ismert, hogy Compton-szórás esetén a szóródó foton λ' hullámhossza, valamint θ szórási szöge között az alábbi összefüggés áll fenn: $\lambda'-\lambda=\frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$ ahol λ a beérkező foton hullámhossza, h a Planck-állandó, m az elektron tömege, c a fénysebesség.

a) Határozza meg, milyen szög alatt szóródnak azok a fotonok, melyeknek energiája éppen fele akkora, mint a beérkező fotonoké! (1,5) Készítsen vázlatos ábrát a szóródás folyamatáról! (0,5)

$E_\gamma'=E_\gamma/2 \quad E_\gamma\sim\frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda'=2\lambda \quad 2\lambda-\lambda=\frac{h}{cm}(1-\cos\theta) \quad \frac{cm\lambda}{h}=1-\cos\theta$

$$\boxed{\cos\theta=1-\frac{cm\lambda}{h}}$$

b) Mekkora a szóródó elektron mozgási energiája a fenti esetben? (1)

$E_\gamma \nearrow E_\gamma'=E_\gamma/2$

$E_\gamma \searrow E_e=E_\gamma-E_\gamma'=\frac{1}{2}E_\gamma=\boxed{\frac{1}{2}\cdot\frac{hc}{\lambda}}$

c) Mekkora a szóródó elektron impulzusa? (1)

$I_\gamma=\frac{h}{\lambda} \quad I_\gamma'=\frac{h}{2\lambda} \quad I_\gamma=I_{\gamma x}'+I_{ex}' \quad I_{ex}=I_\gamma-I_{\gamma x}'=I_\gamma-\frac{I_\gamma}{2}\cos\theta=\boxed{\frac{h}{\lambda}\left(1-\frac{1}{2}\cos\theta\right)}$

$0=I_{\gamma y}'+I_{ey}' \quad I_{ey}'=-I_{\gamma y}'=-\frac{I_\gamma}{2}\sin\theta=\boxed{-\frac{h}{2\lambda}\sqrt{1-\cos^2\theta}}$

$$\boxed{I_e'=\sqrt{I_{ex}'^2+I_{ey}'^2}}=\frac{h}{2\lambda}\sqrt{5-2\cos\theta}$$

d) Milyen irányban szóródik az elektron? (1)

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{I_{ey}'}{I_{ex}'}=\frac{-\frac{h}{2\lambda}\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\frac{h}{\lambda}\left(1-\frac{1}{2}\cos\theta\right)}=-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{1-\frac{1}{2}\cos\theta}=\boxed{-\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{2-\cos\theta}}$$

IMSC) Milyen minimális beérkező hullámhosszak esetén tárgyalható a szóródott elektron mozgása a klasszikus fizika elvei szerint? $\lambda_{min} << \lambda \rightarrow v_{elektron} << c$, λ_{min}=?

$E_e=\frac{hc}{2\lambda}=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2=\frac{hc}{\lambda m} << c^2$

$$\boxed{\frac{h}{cm}<<\lambda}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. A töltések közt fellépő elektromos kölcsönhatás kvantitatív vizsgálata ……Coulomb…… nevéhez fűződik.

2. Konvencionálisan ε_0-al jelöljük a …vákuum dielektromos állandóját…

3. Egy síkkondenzátor minden lineáris méretét duplájára növeljük, miközben töltése állandó marad. A kondenzátor feszültsége ……1/2…… -szeresére változik.

4. Homogén elektromos térbe helyezett dipól potenciális energiája maximális, ha a dipólmomentum és a tér által bezárt szög: ……180°……

5. A mágneses tér ……forrás……mentes.

6. Az ideális ……szolenoid…… olyan henger alakú tekercs, melynek hossza lényegesen nagyobb, mint az átmérője.

7. Párhuzamos vezetékekben 50 Hz-es váltakozóáram folyik. Másodpercenként ……100…… olyan időpillanat van, amikor a vezetékek közt nem lép fel erő.

8. Iránytűt olyan ferromágneses anyagból célszerű készíteni, melynek hiszterézis-görbéje ……nagy…… területet határol a H-B diagramon.

9. A diamágneses anyagok relatív mágneses permeabilitása ……0 és 1…… közötti értékeket vehet fel.

10. A ……Poynting-vektor…… adott felületre vett integrálja a felületen egységnyi idő alatt átáramló elektromágneses energiát adja meg.

11. Vákuumban terjedő elektromágneses hullámban az elektromos és a mágneses tér energiasűrűségének hányadosa ……1……

12. A fotoeffektus során egy ……foton…… lép kölcsönhatásba egy ……elektronnal……

13. Bohr posztulátuma értelmében az atommag körül keringő elektron ……impulzusmomentuma…… $h/2\pi$ egész számú többszöröse.

14. A ……Stefan-Boltzmann…… törvény értelmében a fekete test által egységnyi idő alatt kisugárzott energia a test hőmérsékletének 4. hatványával arányos.

15. Az időfüggetlen Schrödinger egyenlet sajátértékei a részecske lehetséges ……energiáit…… adják meg.

Villamosmérnök alapszak Fizika2	vizsga dolgozat, 2018. jún. 6.

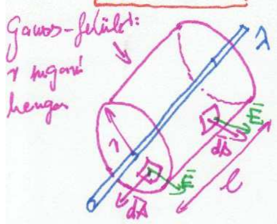
Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Írja fel az elektrosztatika Gauss törvényét matematikai alakban (0,5), valamint fogalmazza meg a törvényt egy mondatban! (1) Ábra, valamint levezetés segítségével mutassa meg, hogyan használható a törvény egy homogén λ lineáris töltéssűrűséggel ellátott végtelen hosszú, egyenes vonaltöltés terének meghatározására! (1,5)

$$\boxed{\oint \vec{E}d\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

Az elektromos térerősség tetszőleges zárt felületre vett integrálja megegyezik a felület által bezárt töltéssel $1/\varepsilon_0$ - szorosával.



Bezárt töltés: $Q = \lambda \cdot l$

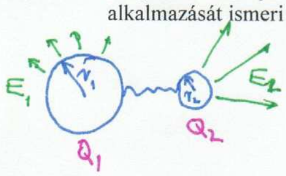
$$\oint \vec{E}d\vec{A} = \underbrace{\int_{alaplap} \vec{E}d\vec{A}}_{\substack{=0 \\ \text{Mivel } \vec{E} \perp d\vec{A}}} + \underbrace{\int_{palást} \vec{E}d\vec{A}}_{\text{Mivel } \vec{E} \parallel d\vec{A}} = \int_{palást} |\vec{E}||d\vec{A}| = |\vec{E}|\int_{palást} |d\vec{A}| = |\vec{E}| \cdot \overbrace{2r\pi \cdot l}^{\text{palást felülete}} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

Mivel a paláston $|\vec{E}| = konstans$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}}$$

2. Adott egy r_1 és egy r_2 sugarú, egymástól távol elhelyezkedő fémgömb. A két gömb vezetékkel össze van kötve, és U potenciálon vannak egy végtelen távoli ponthoz képest. Mutassa meg, hogy aránylik egymáshoz a két gömb töltése (1) és hogy aránylik egymáshoz a két gömb felszínén mérhető elektromos térerősség! (1) Milyen fizikai jelenséget tudunk magyarázni a fenti modell segítségével? (0,5) Milyen gyakorlati alkalmazását ismeri a jelenségnek? (0,5)



$U_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_1}$ $\quad U_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2}$ $\quad U_1 = U_2 = U$ $\quad \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} \Rightarrow \boxed{\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{r_1}{r_2}}$

$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_1^2}$ $\quad E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2^2}$ $\quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{Q_1}{Q_2} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2} = \boxed{\frac{r_2}{r_1}}$

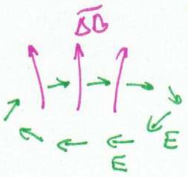
$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow$ Kis görbületi sugár → nagy térerősség. ⇒ csúcshatás

Alkalmazás: ⇒ „villámhárító"

3. Írja fel a Faraday-féle indukció törvényt matematikai alakban (0,5), és fogalmazza meg a törvényt egy mondatban! (1) Rajzoljon vektorábrát, mely térben feltünteti a mágneses indukcióvektorok változásának irányát, valamint az indukálódó elektromos térerősség-vektorokat is! (1) A változó mágneses tér által keltett elektromos mező milyen lényeges tulajdonságában tér el az elektrosztatikus tértől? (0,5)

$$\boxed{\oint \vec{E}d\vec{r} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

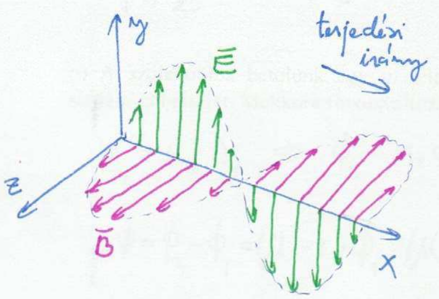
Az elektromos tér zárt görbére vett integrálja arányos a görbe által határolt terület mágneses fluxusának időegységenkénti megváltozásával.



Elektrosztatikus tér: örvénymentes

Indukált elektromos tér: örvényes

4. Vázlatosan rajzolja fel egy elektromágneses síkhullám elektromos és mágneses terének helyfüggését egy rögzített időpillanatban! Nevezze meg a feltüntetett vektorokat, a terjedési irányt! (1) Fejezze ki a vákuumbeli fénysebességet más univerzális állandókkal! Nevezze meg az univerzális állandók mértékegységeit, és dimenzióanalízis segítségével támassza alá a megadott összefüggés helyességét! (1) Adja meg az összefüggést az elektromágneses síkhullám elektromos és mágneses komponenseinek nagysága között. Hajtson végre dimenzióanalíztist a megadott összefüggésen! (1)



$$\boxed{c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}} \qquad [\mu_0]=\frac{Vs}{Am} \qquad [\varepsilon_0]=\frac{As}{Vm}$$

$$[c]=\frac{1}{\sqrt{\frac{Vs}{Am}\cdot\frac{As}{Vm}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{s^2}{m^2}}}=\frac{m}{s} \checkmark$$

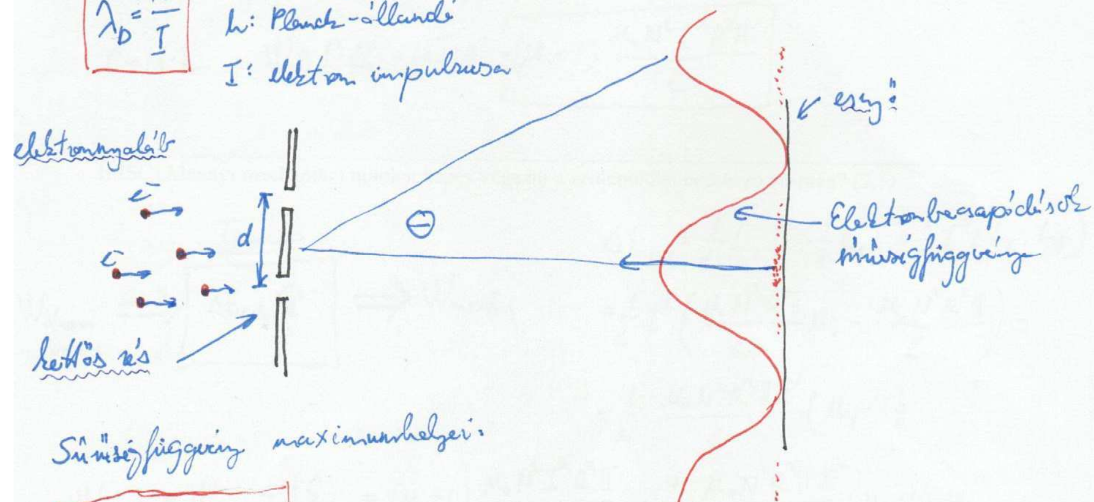
$$\boxed{B=\frac{E}{c}} \qquad [E]=\frac{V}{m} \quad [c]=\frac{m}{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{Vs}{m^2}=\frac{\frac{V}{m}}{\frac{m}{s}}$$

$$[B]=\frac{Vs}{m^2} \qquad \Downarrow \qquad \frac{Vs}{m^2}=\frac{Vs}{m^2} \checkmark$$

5. Matematikai összefüggéssel definiálja egy elektron de Broglie- hullámhosszát, nevezze meg a fizikai mennyiségeket! (1) Ábrával szemléltesse az elektronokkal végrehajtott kétréses interferencia kísérletet, nevezze meg az ábra részeit, vázlatosan ábrázolja az elektronbecsapódások sűrűségfüggvényét az ernyőn! (1) Adjon meg matematikai összefüggést, mely megadja a maximális elektronsűrűségekhez tartozó szóródási szögeket! (1)

$$\boxed{\lambda_D=\frac{h}{I}}$$

λ_D: de Broglie hullámhossz
h: Planck-állandó
I: elektron impulzusa



Sűrűségfüggvény maximumhelyei:

$$\boxed{\sin\Theta_n=\frac{\lambda_D}{d}\cdot n}$$

n: egész szám