

**1 ) Feladat (12 pont).**

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} + 3^n + n}{2^{2n} - 3^n + 1} = ? \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n} - \sqrt{(n - \sqrt{n})}} = ?$$

**2 ) Feladat (13 pont).**

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n^2 + n + 1}{n^3 + \sqrt{2}}} = ?$$

b) Konvergense-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{\frac{n^2 + n + 1}{n^3 + \sqrt{2}}}$$

**3 ) Feladat (18 pont).** Konvergensek-e az alábbi sorok?

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (3n - 1)}{(n + 3)!} \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 1}{n^2 + 3} \right)^{2n^3}$$

**4 ) Feladat (10 pont).**Az  $a$  paraméter milyen értékére folytonos az  $x_0 = 0$  pontban az alábbi függvény:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\arcsin(x-1)}{\cosh x}, & \text{ha } x \geq 0 \\ e^{\frac{1}{x}} + a \ln(e+x), & \text{ha } x < 0 \end{cases}$$

**5 ) Feladat (12 pont).**

a) Írja fel az

$$f(x) = \arctan \frac{1}{x^3} \quad ; \quad x_0 = 1$$

függvény adott ponthoz tartozó érintő egyenesének egyenletét!

b) Van-e lokális szélsőértéke  $f$ -nek az  $x_0 = 1$ -ben?c) Lokálisan növekvő illetve csökkenő-e az  $f$  függvény az  $x_0 = 1$ -ben?**6 ) Feladat (10 pont).**

Hol konvex illetve konkáv az alábbi függvény:

$$f(x) = x^4 - 12x^3 + 18x^2 + \sqrt{2}x - 1$$

**7 ) Feladat (10 pont).**

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{\sinh 3x^2}} = ?$$

**8 ) Feladat (15 pont).**

Vizsgálja meg és ábrázolja az

$$f(x) = e^{-\frac{(x-3)^2}{4}}$$

függvényt!