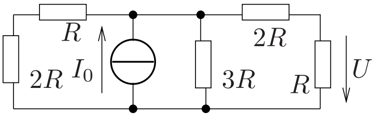
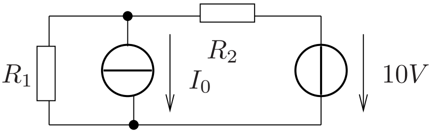
Jelek és rendszerek 1. (VIHVA00) A *2017.05.23*

MEGOLDÁS

1. 

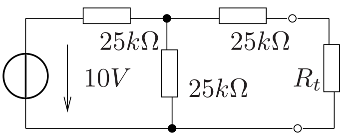
I_0 és R adott. Mekkora az U feszültség?

$U = \frac{I_0 R}{3}$

2. 

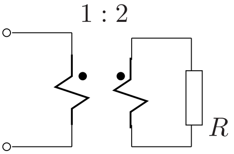
$R_1 = R_2 = 5\Omega$, I_0 valamely értékénél az R_1 rezisztenciájú ellenállás teljesítménye 0. Mekkora ekkor az R_2 rezisztenciájú ellenállás teljesítménye?

$P_{R2} = 20$ W

3. 

Mekkora az R_t terhelő ellenállás lehető legnagyobb teljesítménye?

$P_{max} = 0{,}1667$mW

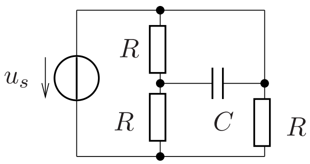
4. 

Mekkora a kétpólus eredő ellenállása?

$R_e = \frac{R}{4}$

5. Egy rezisztív kétkapu admittancia mátrixa: $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} mS$, a szekunder oldali lezáró ellenállás 500Ω-os. Számítsa ki a transzfer impedanciát!

   $R_T = -1/7 \approx -0{,}1429$ kΩ

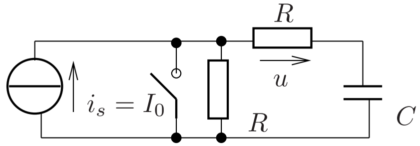
6. 

Adja meg a hálózat időállandóját!

$\tau = 0{,}5CR$

7. A $g(t) = \varepsilon(t)[A + Be^{-\beta t}]$ ugrásválaszú rendszer bemeneti jele: $s(t) = C\varepsilon(t-\tau)$. Adja meg a rendszer válaszjelét!

$$y(t) = \varepsilon(t-\tau)(AC + BCe^{-\beta(t-\tau)})$$

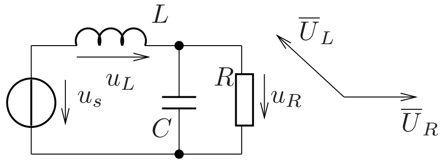
8. 

I_0 (állandó), R és C értéke adott. A kapcsolót a $t = 0$ pillanatban zárjuk. Adja meg a bejelölt u feszültség kiindulási ($t = -0$) és kezdeti ($t = +0$) értékét!

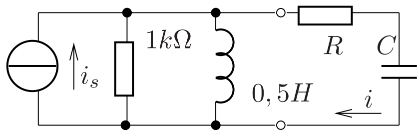
$u(-0) = 0$ $\qquad\qquad$ $u(+0) = -I_0 R$

9. Az előző példa hálózata (a kapcsoló nyitott állapotában) rendszert reprezentál, amelynek bemeneti jele az i_s forrásáram, válasza az u feszültség. Adja meg a rendszer ugrásválaszát!

$g(t) = \varepsilon(t)\frac{I_0 R}{2} e^{-t/\tau}$, $\qquad$ $\tau = 2CR$

10. 

A szinuszos forrásfeszültség frekvenciáján $\omega L = \frac{1}{\omega C} = R$. Felrajzoltuk az u_R feszültság fazorját. Rajzolja be az ábrába az u_L feszültség fazorját!

11. 

$i_s(t) = [10\cos\omega t]mA$, $\omega = 2krad/s$. Mekkora R és C paraméter érték esetén lesz a soros RC-kétpólus hatásos teljesítménye maximális?

$R = 0{,}5\ \mathrm{k\Omega}$ $\qquad\qquad$ $C = 1\ \mathrm{\mu F}$

12. Számítsa ki az előző feladat hálózatában bejelölt i áram időfüggvényét teljesítményillesztést realizáló R és C paraméter érték esetén!

$i(t) = [7{,}0711\cos(\omega t + \frac{\pi}{4})]mA$

13. Adja meg az $x'(t) = -5x(t) + 2s(t)$, $y(t) = -0,5x(t) + 2s(t)$ állapotváltozós leírással adott rendszer átviteli karakterisztikáját, ha létezik, illetve indokolja „az átviteli karakterisztika nem létezik" válaszát!

$H(j\omega) = \frac{2j\omega+9}{j\omega+5}$

14. Írja fel a $\mathbf{T = 0,5\pi}$**ms periodusú**, alábbi komplex Fourier együtthatóival adott áramjel **alapharmonikusának** valós alakú időfüggvényét! $I_0^C = 5mA$, $I_1^C = (5 + j5)mA$, $I_2^C = (j)mA$, és $I_k^C = 0$, ha $k > 2$.

$i_1(t) = [7{,}0711\cos(\omega t + \frac{\pi}{4})]$ mA, $\qquad$ $\omega_0 = 4krad/s$

15. Adja meg az $x(t) = 4 + 5\cos\omega t + 12\sin\omega t$ jel effektív értékét!

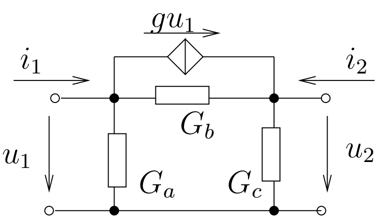
$X_{eff} = 10{,}0250$ V

1. feladat

Egy rezisztív kétkapu hibrid paramétereivel adott: $H_{11} = 5k\Omega$, $H_{12} = -0,5$, $H_{21} = 2,5$, $H_{22} = 0,2mS$.

a) Döntse el, passzív-e a kétkapu! *(2 pont)*

b) Adja meg a kétkapu vázolt hibrid Π-ekvivalensének paramétereit! *(4 pont)*



c) A kétkapu primer oldalához i_s áramú áramforrás csatlakozik, (i_s referencia iránya megegyezik i_1-ével,) a szekunder oldal lezárása L induktivitású tekercs. A rendszer bemeneti jele az i_s forrásáram, válasza az u_2 feszültség.

c1) Tudjuk, hogy tetszőleges $L > 0$ mellett létezik a rendszer átviteli karakterisztikája. Indokolja, hogy miért! *(1 pont)*

c2) Adja meg a rendszer átviteli karakterisztikáját, ha $L = 0,5H$! Adj meg az átviteli karakterisztika és benne a körfrekvencia egységét is! *(4 pont)*

c3) Hány dB-lel kevesebb az amplitúdó karakterisztika **pontos** értéke $10krad/s$ körfrekvencián, mint végtelenben? *(4 pont)*

c5) (IMSc) Mekkora a vizsgált rendszer időállandója?

Megoldás

1. $H_{11} \geq 0$, $H_{22} \geq 0$, $H_{11}H_{22} = 1 \geq (\frac{H_{12}+H_{21}}{2})^2 = 1$. Mindhárom feltétel teljesül, a kétkapu passzív. **2 pont**

2. Egységek: V, mA, $k\Omega$, mS, H, ms, $krad/s$.

   $u_1 = 5i_1 - 0{,}5u_2 \qquad i_1 = 0{,}2u_1 + 0{,}1u_2$

   $i_2 = 2{,}5i_1 + 0{,}2u_2 \qquad i_2 = 0{,}5u_1 + 0{,}45u_2$ *(1 pont)*

   $i_1 = (G_a + G_b + g)u_1 - G_b u_2$

   $i_2 = (-G_b - g)u_1 + (G_b + G_c)u_2$ *(2 pont)*

   $G_a = G_{11} + G_{21} = 0,7$ mS, $G_b = -G_{12} = -0{,}1$ mS, $G_c = G_{22} + G_{12} = 0{,}55$ mS,

   $g = G_{12} - G_21 = -0{,}4$ mS. *(1 pont)* **4 pont**

   c1) Mivel a kétkapu és a tekercs is passzív, a rendszer aszimptotikusan, következésképpen GV stabilis, ezért létezik az átviteli karakterisztika is. **1 pont**

   c2) $\overline{U}_1 = 5\overline{I}_s - 0,5\overline{U}_2$

   $-\frac{\overline{U}_2}{0{,}5j\omega} = 2,5\overline{I}_s + 0,2\overline{U}_2$ *(2 pont)* $\overline{U}_2(0,2 + \frac{2}{j\omega}) = -2,5\overline{I}_s$

   $H(j\omega) = \frac{-2{,}5j\omega}{0{,}2j\omega+2} = \frac{-12{,}5j\omega}{j\omega+10}$ *1,5 pont*

   $[H] = 1k\Omega$, $[\omega] = 1krad/s$ *(0,5 pont)* **4 pont**

   c3) $H(j10) = \frac{-12{,}5j10}{j10+10} = \frac{-125j}{10+10j}$ *(1 pont)*

   $K(10) \equiv |H(j10)| = \frac{125}{10\sqrt{2}} = 8{,}84$

   $k(10) = 20\lg(8{,}84) = 18{,}93$ dB *(1 pont)*

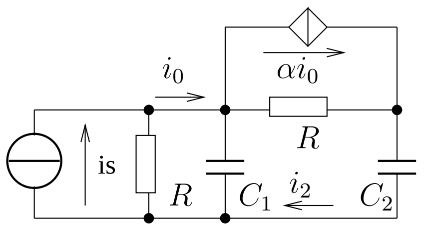
   $H(j\infty) = \lim_{\omega\to\infty} \frac{-12{,}5j\omega}{j\omega+10} = \lim_{\omega\to\infty} \frac{-12{,}5}{1+10/j\omega} = -12{,}5$ *(1 pont)*

   $k(\infty) = 20\lg(12{,}5) = 21{,}93$ dB

   3 dB-lel *(1 pont)*

   (vagy $20\lg\left(\frac{8{,}84}{12{,}5}\right) = -3$ dB) **4 pont** c4) $\tau = \frac{L}{R_e}$, $R_e = -\frac{u_2}{i_2}\Big|_{i_1=0} = \frac{1}{H_{22}}$, $\tau = H_{22}L = 0{,}1$ ms.

2. feladat



A hálózattal adott rendszer gerjesztése az i_s forrásáram, a válaszjel a bejelölt i_2 áram.
a) Jelölje be az állapotváltozók referencia irányát az ábrába! *(1 pont)*
b) Adja meg a rendszer állapotváltozós leírását normál alakban! *(6 pont)*
c) Adja meg a rendszer aszimptotikus stabilitásának feltételét az α paraméterre! ($R > 0$, $C > 0$) *(2 pont)*
d) A paraméterek valamely értéke mellett a rendszer állapotváltozós leírásának mátrixai a V, $k\Omega$, μs egységekkel koherens egységrendszerben: $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2{,}5 & 2 \\ 0{,}75 & -3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 2{,}25 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} 0{,}25 & -1 \end{bmatrix}$, $D = 0{,}75$. Határozza meg a rendszer impulzusválaszát! *(6 pont)*
e) (IMSC) Adja meg a rendszer ugrásválaszának kezdeti és állandósult értékét!

Megoldás

a) $\downarrow u_1 \qquad\qquad \downarrow u_2$ **1 pont**

b) $i_0 = -\frac{u_1}{R} + i_s$ *(1 pont)*

$C_1 u_1' = -\frac{u_1}{R} + i_s - \alpha(-\frac{u_1}{R} + i_s) + \frac{u_2 - u_1}{R}$

$C_2 u_2' = i_2 = \alpha(-\frac{u_1}{R} + i_s) + \frac{u_1 - u_2}{R}$ *(3 pont)*

$u_1' = \frac{\alpha-2}{C_1 R} u_1 + \frac{1}{C_1 R} u_2 + \frac{1-\alpha}{C_1} i_s$

$u_2' = \frac{1-\alpha}{C_2 R} u_1 - \frac{1}{C_2 R} u_2 + \frac{\alpha}{C_2} i_s$

$i_2 = \frac{1-\alpha}{R} u_1 - \frac{1}{R} u_2 + \alpha i_s$ *(2 pont)* **6 pont**

c) $\begin{vmatrix} -\frac{2-\alpha}{C_1 R} - \lambda & \frac{1}{C_1 R} \\ \frac{1-\alpha}{C_2 R} & -\frac{1}{C_2 R} - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + (\frac{2-\alpha}{C_1 R} + \frac{1}{C_2 R})\lambda + \frac{2-\alpha}{C_1 C_2 R^2} - \frac{1-\alpha}{C_1 C_2 R^2}$ *(1 pont)*

A karakterisztikus polinom Hurwitz polinom, ha

$\frac{2-\alpha}{C_1 R} > -\frac{1}{C_2 R}$, azaz $\alpha < 2 + \frac{C_1}{C_2}$ *(1 pont)* **2 pont**

d) Sajátértékek, sajátvektorok: $\begin{vmatrix} -2{,}5 - \lambda & 2 \\ 0{,}75 & -3 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 5{,}5\lambda + 6 = 0$, $\lambda_1 = -4$, $\lambda_2 = -1{,}5$

$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_a \\ m_b \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} (-2{,}5 - \lambda)m_a + 2m_b = 0 \\ 0{,}75 m_a + (-3 - \lambda)m_b = 0 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} m_a = 1 \\ m_b = 1{,}25 + 0{,}5\lambda \end{matrix}$

$\lambda_1 - 4$, $\mathbf{m}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -0{,}75 \end{bmatrix} \qquad \lambda_2 = -1{,}5$, $\mathbf{m}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}5 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = M_1 \begin{bmatrix} 1 \\ -0{,}75 \end{bmatrix} e^{-4t} + M_2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} e^{-1{,}5t}$ *(3 pont)*

$u_1(+0) = M_1 + M_2 = 0{,}5 \qquad M_1 = -1{,}6 \qquad u_1(t) = -1{,}6e^{-4t} + 2{,}1e^{-1{,}5t}$

$u_2(+0) = -0{,}75M_1 + 0{,}5M_2 = 2{,}25 \qquad M_2 = 2{,}1 \qquad u_2(t) = 1{,}2e^{-4t} + 1{,}05e^{-1{,}5t}$

$h(t) = [0{,}75\delta(t) + \varepsilon(t)(-1{,}6e^{-4t} - 0{,}525e^{-1{,}5t})]\mu s^{-1}$ *(3 pont)* **6 pont**

e) $i_s = \varepsilon(t)$, $u_1(+0) = u_2(+0) = 0$, $g(+0) = 0{,}75$,

$g(\infty) = 0$ (a válaszjel kondenzátor áram.)