

A *-gal jelölt feladatokból legalább 15 pontot el kell érni!

1*. feladat (6+6+6+6=24 pont)

$$a) \int_0^{\pi/2} \sin^2(x) \cos^3(x) dx = ?$$

$$b) \int_{-\infty}^0 \frac{1}{x^2 - 6x + 12} dx = ?$$

$$c) \int \frac{x + 3}{x^2 + 4x + 4} dx = ?$$

$$d) \int x^2 \ln x dx = ?$$

2*. feladat (2+6=8 pont)

a) Mondja ki a Newton-Leibniz tételt!

b) Milyen p -re konvergens $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^{2p+3}} dx = ?$ Állítását bizonyítsa!

3*. feladat (8 pont)

Számolja ki az alábbi görbe ívhosszát:

$$y = 4x^{3/2}, \quad 1 \leq x \leq 2.$$

4. feladat (12 pont)

Határozza meg a $(iz)^3 = 27$ egyenlet összes komplex megoldását algebrai alakban! Készítsen egy ábrát a gyökök elhelyezkedéséről!

5. feladat (8+4=12 pont)

a) Mondja ki és igazolja a függvények szorzatára vonatkozó deriválási szabályt!

b) Adja meg x^{x^3} deriváltját!

6. feladat (10+10=20 pont)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \cos(\pi x)(\sqrt{x^2 + 2x} - x) = ? \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \cos(\pi x)(\sqrt{x^2 + 2} - x) = ?$$

7. feladat (16 pont)

$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 5$$

Végezze el a függvény teljes vizsgálatát (értelmezési tartomány, értékészlet, határértékek $\pm\infty$ -ben, monotonicitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, inflexiós pontok)! Ábrázolja a függvényt!

IMSC feladat (14 IMSC pont)

Legyen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ egy mindenütt differenciálható függvény. Igazolja, hogy ha

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = \infty,$$

akkor f nem egyenletesen folytonos a $[0, \infty)$ halmazon!