

1. feladat

A hozzá tartozó elmélet a 2015-ös 1. előadás jegyzetének 5. oldalán van.

Hipotézisek	Várható érték	Szórás	Valószínűségek
H_0	$a=1$	$\sigma_n=0,3$	$P_0=1-0,1=0,9$
H_1	$3a$	σ_n	$P_1=0,1$

$$C_{10}=C_{01}=10$$

$$C_{00}=C_{11}=0$$

Döntési küszöb értékének meghatározása:

$$\frac{f(z|H_1)}{f(z|H_0)} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_n} e^{-\frac{(z-3a)^2}{2\sigma_n^2}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_n} e^{-\frac{(z-a)^2}{2\sigma_n^2}}} < \frac{P_0(C_{10}-C_{00})}{P_1(C_{01}-C_{11})} = \eta$$

Vesszük mindkét oldal logaritmusát:

$$\begin{aligned} -\frac{(z-3a)^2}{2\sigma_n^2} + \frac{(z-a)^2}{2\sigma_n^2} &< \ln(\eta) \\ \frac{-z^2+6az-9a^2+z^2-2za+a^2}{2\sigma_n^2} &= \frac{2az-4a^2}{\sigma_n^2} < \ln \eta \\ z &< \frac{\sigma_n^2 \ln \eta}{2a} + 2a \\ \ln \eta &= \ln \frac{0,9(10-0)}{0,1(10-0)} = \ln 9 = 2,197 \\ z &< \frac{0,3^2 \cdot 2,19}{2 \cdot 1} + 2 \cdot 1 = 2,1 \end{aligned}$$

A döntési küszöb 2,1.

Hogy a döntési küszöb 2 legyen, az \ln -es tagnak kellene 0-nak lennie:

$$z < \underbrace{\frac{\sigma_n^2}{2a} \ln \eta}_{\text{ez legyen 0}} + 2a$$

Ez akkor teljesül, ha $\eta=1$, ami akkor valósul meg, ha $P_0=P_1=0,5$, vagyis ha az *a priori* valószínűségek egyformák.