

MAM112M - 2. gyakorló feladatsor
Z-transzformált

1. Adja meg a következő sorozatok z-transzformáltját:

- (a) $x_n = 3 - 5n$, (b) $x_n = 3^n \cos 2n$,
(c) $x_n = \sin(2n - 3)$, (d) $x_n = \operatorname{sh} 4n$,
(e) $x_n = n^2$, (f) $x_n = n^3$,
(g) $x_n = n \cdot 5^{2n}$, (h) $x_n = \begin{cases} n, & n \text{ páros} \\ 0, & n \text{ páratlan.} \end{cases}$

2. Adja meg a következő függvények inverz z-transzformáltját:

- (a) $X(z) = \frac{2z^2-3z}{z^2-3z-4}$, (b) $X(z) = \frac{3z^2-4z}{z^2-3z+2}$,
(c) $X(z) = \frac{2z^2+z}{(z-1)^2}$, (d) $X(z) = \frac{z}{2z^2-2\sqrt{2}z+2}$,
(e) $X(z) = \frac{2z^2-z}{2z^2-2z+2}$, (f) $X(z) = \frac{z^2+3z}{(z-3)^2}$,
(g) $X(z) = \frac{3z^2+5}{z^4}$, (h) $X(z) = \frac{2z^2-5z}{(z-3)^2}$.

3. z-transzformált módszerrel oldja meg a következő rekurziókat:

- (a) $x_{n+1} - 3x_n = 4^n$, $x_0 = 0$,
(b) $x_{n+1} + 4x_n = 10$, $x_0 = 3$,
(c) $x_{n+1} - 5x_n = 5^{n+1}$, $x_0 = 0$,
(d) $x_{n+1} - 2x_n = 3 \cdot 2^n$, $x_0 = 3$,
(e) $x_{n+1} + 3x_n = \begin{cases} 4, & n = 2 \\ 0, & n \neq 2, \end{cases} \quad x_0 = 2$,
(f) $x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = 0$, $x_0 = 1$, $x_1 = 0$,
(g) $x_{n+2} - x_{n+1} - 6x_n = 0$, $x_0 = 5$, $x_1 = -5$,
(h) $x_{n+2} - x_n = 16 \cdot 3^n$, $x_0 = 2$, $x_1 = 6$,
(i) $x_n = 3 \cdot 5^n - 4 \sum_{i=0}^{n-1} 5^{n-i-1} x_i$, $x_0 = 3$,
(j) $x_{n+1} - 2y_n = 2 \cdot 4^n$, $-4x_n + y_{n+1} = 4^{n+1}$, $x_0 = 2$, $y_0 = 3$,
(k) $x_{n+1} - y_n = 0$, $x_n + y_{n+1} = 0$, $x_0 = 0$, $y_0 = 1$.