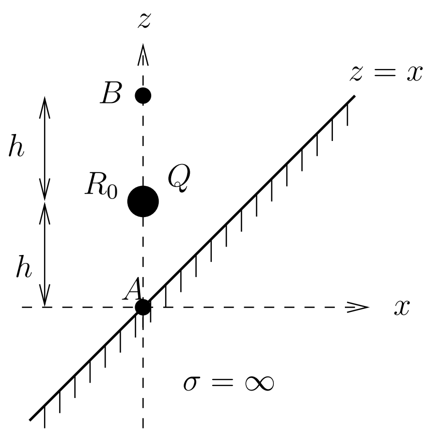
Név:	Nagypélda:	**JEGY**
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

Nagypélda – Σ **10 pont** (*A megoldást külön lapra kérjük!*)



A $z < x$ tartományt (félteret) fém tölti ki, a $z > x$ tartományt levegő ($\varepsilon_r = 1$). A z-tengely mentén $(0;0;h)$ középpontú, R_0 sugarú töltött gömb helyezkedik el, melynek töltése Q.
($R_0 = 5$cm, $h = 1,2$ m, $Q = 1{,}4 \cdot 10^{-9}$ C)

a. Adja meg az A $(0;0;0)$ pontban az elektromos térerősség vektorát! *(4 pont)*

b. Számítsa ki az U_{AB} feszültséget, ahol a B pont a $(0;0;2h)$ koordinátán található. *(3 pont)*

c. Határozza meg az elrendezés (gömb-féltér elektródapár) kapacitását! *(3 pont)*

Kispéldák – Σ **10 pont** (*A jó megoldás 2 pontot ér. Kérjük, hogy a választ a pontozott helyre írja!*)

1. Az elektromos skalárpotenciál valamely zárt térrészben $\Phi(x,y,z) = \Phi_0 \cos\left(\frac{z}{b}\right)$. Adja meg a térfogati töltéssűrűség helyfüggvényét! ($\varepsilon_r = 1$)

$\rho(x,y,z) =$ ....

2. Egy vonaltöltés erőterében az elektromos térerősség nagysága a töltéstől $R = 2$ m távolságban $E = 140$ V/m. Számítsa ki az $R_1 = 1{,}5$ m és az $R_2 = 3$ m sugarú ekvipotenciális hengerek közötti feszültséget!

$U =$ ....

3. Egy $4\ell_0$ hosszúságú, $\mathcal{A}$ keresztmetszetű, $3N_0$ menetű, légtöltésű egyenes tekercs belsejében helyfüggetlennek tekinthető H mágneses térerősség van. Határozza meg a tekercs energiáját!

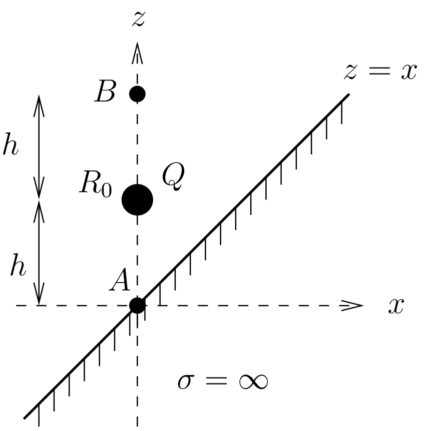
$W =$ ....

4. Írja fel a skaláris Poisson-egyenlet általános megoldását homogén anyagjellemzőjű közegben és ábrán szemléltesse az alkalmazott jelöléseket!

5. A levegőben két vékony, igen hosszú vezető helyezkedik el egymásra merőlegesen, $d = 2$ m távolságra. Az egyik vezetőben $I_1 = 5$ A, a másikban $I_2 = 7$ A áram folyik. Adja meg az egyik vezető $\ell = 0,1$ m-es, a másik vezetőhöz legközelebb eső szakaszán ható erőt!

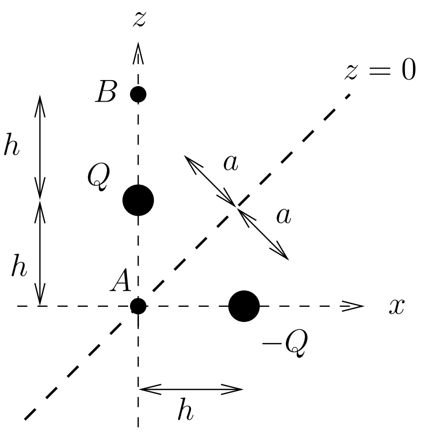
$F =$ ....

Nagyfeladat



A $z < x$ tartományt (félteret) fém tölti ki, a $z > x$ tartományt levegő ($\varepsilon_r = 1$). A z-tengely mentén $(0; 0; h)$ középpontú, R_0 sugarú töltött gömb helyezkedik el, melynek töltése Q.
($R_0 = 5$cm, $h = 1,2$ m, $Q = 1{,}4 \cdot 10^{-9}$ C)

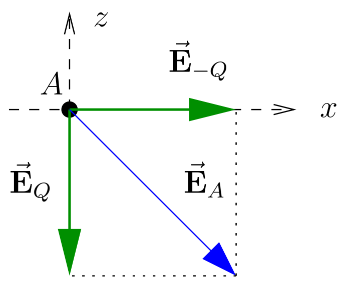
Megoldás



A helyettesítő töltés elhelyezkedését és a távolságokat mutatja az ábra. A $z = x$ síktól a gömbök "a" távolságra találhatóak.

a. Adja meg az A $(0; 0; 0)$ pontban az elektromos térerősség vektorát! *(4 pont)*

$$a^2 + a^2 = h^2 \text{ , } \textit{innen } a = h/\sqrt{2}$$



$$\vec{\mathbf{E}}_Q = \vec{\mathbf{e}}_z\ (-1) \cdot \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{1}{h^2}$$

$$\vec{\mathbf{E}}_{-Q} = \vec{\mathbf{e}}_x \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{h^2}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_Q + \vec{\mathbf{E}}_{-Q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{1}{h^2}\,(\vec{\mathbf{e}}_x - \vec{\mathbf{e}}_z) = 8,74 \cdot (\vec{\mathbf{e}}_x - \vec{\mathbf{e}}_z)\,\frac{V}{m}$$

b. Számítsa ki az U_{AB} feszültséget, ahol a B pont a $(0; 0; 2h)$ koordinátán található. *(3 pont)*
$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$ *, ahol* $\varphi = Q/(4\pi\varepsilon_0) \cdot (\frac{1}{r_Q} - \frac{1}{r_{-Q}})$

$$U_{AB} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h}\right) - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{h} - \frac{1}{\sqrt{5}h}\right) = 0 - 5,79V = -5,79V$$

c. Határozza meg az elrendezés (gömb-féltér elektródapár) kapacitását! *(3 pont)*
$C = Q/U$ *alapján*

$$U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{2 \cdot h/\sqrt{2}}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{\sqrt{2}h}\right) = 244,35V$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R_0} - \frac{1}{\sqrt{2}h}} = 5,73 \cdot 10^{-12}F$$

Kisfeladatok

1. Az elektromos skalárpotenciál valamely zárt térrészben $\Phi(x,y,z) = \Phi_0 \cos\left(\frac{z}{b}\right)$. Adja meg a térfogati töltéssűrűség helyfüggvényét! ($\varepsilon_r = 1$)

$$\varrho = -\varepsilon_0 \frac{d^2\Phi}{dz^2} = \varepsilon_0 \frac{\Phi_0}{b^2} \cos(z/b)$$

2. Egy vonaltöltés erőterében az elektromos térerősség nagysága a töltéstől $R = 2$ m távolságban $E = 140$ V/m. Számítsa ki az $R_1 = 1{,}5$ m és az $R_2 = 3$ m sugarú ekvipotenciális hengerek közötti feszültséget!

$$\frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{R} = E \rightarrow \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} = E \cdot R;$$

$$U_{12} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1} = 280 \cdot \ln\frac{3}{1,5} = 280 \ln 2 = 194V$$

3. Egy $4\ell_0$ hosszúságú, $\mathcal{A}$ keresztmetszetű, $3N_0$ menetű, légtöltésű egyenes tekercs belsejében helyfüggetlennek tekinthető H mágneses térerősség van. Határozza meg a tekercs energiáját!

$$W = 4\ell_0 A \cdot \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = 2A\mu_0\ell_0 H^2$$

4. Írja fel a skaláris Poisson-egyenlet általános megoldását homogén anyagjellemzőjű közegben és ábrán szemléltesse az alkalmazott jelöléseket!

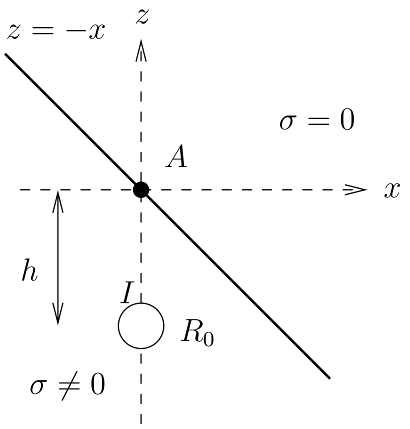
$$\phi(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int\limits_V \frac{\varrho(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|} dV$$

5. A levegőben két vékony, igen hosszú vezető helyezkedik el egymásra merőlegesen, $d = 2$ m távolságra. Az egyik vezetőben $I_1 = 5$ A, a másikban $I_2 = 7$ A áram folyik. Adja meg az egyik vezető $\ell = 0,1$ m-es, a másik vezetőhöz legközelebb eső szakaszán ható erőt!

$$\vec{\mathbf{F}} = 0$$

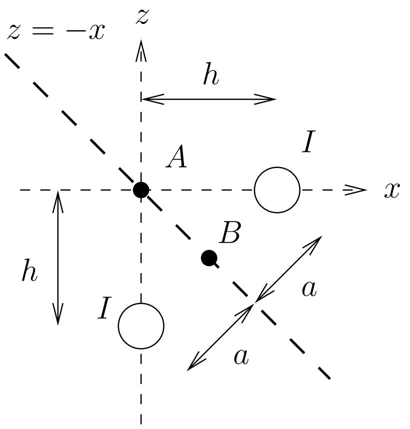
Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen(1)
10-13	elégséges(2)
14-15	közepes(3)
16-17	jó(4)
18-20	jeles(5)

Nagyfeladat



A $z < -x$ tartományban rossz vezetőképességű közeg (föld, $\sigma = 10^{-3}$ S/m)) található, a tér többi részében tökéletes szigetelő ($\sigma = 0$) található. A $(0; 0; -h)$ középpontú, R_0 sugarú fémgömbből I áram folyik el a környező közegbe.
($I = 180$ A, $h = 1{,}8$ m, $R_0 = 10$ cm)

Megoldás



Az ábrán látható a helyettesítő elrendezés valamint a számítás során alkalmazott távolságok. A felszín gömbhöz legközelebbi pontját jelöli B, amelynek távolsága "a" .

a. Határozza meg az A $(0; 0; 0)$ pontban az elektromos térerősség nagyságát! *(3 pont)*

$|\vec{\mathbf{E_x}}| = |\vec{\mathbf{E_z}}|$ *ezért* $E_A = \sqrt{E_x^2 + E_z^2} = \sqrt{2}E$, *ahol* $E = \frac{I}{4\pi\sigma} \cdot \frac{1}{h^2}$

$$E_A = \sqrt{2}\frac{I}{4\pi\sigma\ h^2} = 6,25 \cdot 10^3 \frac{V}{m} = 6,25\frac{kV}{m}$$

b. Számítsa ki az A pont és a felszín gömbhöz legközelebbi pontja (B pont) közötti U_{AB} potenciálkülönbséget! *(4 pont)*

A felszín gömbhöz legközelebbi pontja (lásd ábra) $a = h/\sqrt{2}$ *távolságra található a gömbtől.*

$$U_{AB} = \varphi_a - \varphi_B = \frac{I}{4\pi\sigma} \cdot \frac{2}{h} - \frac{I}{4\pi\sigma} \cdot \frac{2}{h/\sqrt{2}} = \frac{I}{4\pi\sigma\ h}(2 - 2\sqrt{2}) = -6592V = -6{,}59\ kV$$

c. Adja meg a szétterjedési ellenállást (a gömb felszíne és egy végtelen távoli pont között elvben mérhető ellenállást)! *(3 pont)*

$$U = \frac{I}{4\pi\sigma}\left(\frac{1}{2\frac{h}{\sqrt{2}}} + \frac{1}{R_0}\right) = 149{,}1 \cdot 10^5\ V$$

$$R = \frac{U}{I}\frac{\frac{1}{2\frac{h}{\sqrt{2}}} + \frac{1}{R_0}}{4\pi\sigma} = 827\Omega$$

Kisfeladatok

1. Örvénymentes-e a következő formulával leírt elektromos tér? (Válaszát indokolja!)

$\vec{\mathbf{E}} = 4E_0\ e^{-z/c} \cdot \sin(y/a)\vec{\mathbf{e}}_y$

Örvénymentes, ha rot$\vec{\mathbf{E}} = 0$.

$$\mathrm{rot}\vec{\mathbf{E}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{e}}_x & \vec{\mathbf{e}}_y & \vec{\mathbf{e}}_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = \vec{\mathbf{e}}_x(-\partial_z E_y) + \vec{\mathbf{e}}_z(\partial_x E_y) = \vec{\mathbf{e}}_x \frac{1}{c} E_y \neq 0$$

Ezért a tér nem örvénymentes!

2. A ponttöltéstől $r = 3$ m távolságban a végtelenhez viszonyított potenciál $U = 140$ V. Határozza meg a **D** eltolásvektor integrálját az $R = 10$ m sugarú ekvipotenciális gömb felületére !

$$\int_A \vec{\mathbf{D}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \int_V \varrho dV = Q$$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} = 140V \rightarrow \quad Q = 4\pi\varepsilon_0 \cdot r \cdot 140 = 4,67 \cdot 10^{-8}C$$

3. A mágneses vektorpotenciált leíró függvény $\vec{\mathbf{A}} = A_0 \cdot \cos(y/a)\vec{\mathbf{e}}_z$ a P pontban és annak kis környezetében. Adja meg a mágneses indukció helyfüggvényét a P pont kis környezetében!

$$\vec{\mathbf{B}} = \mathrm{rot}\vec{\mathbf{A}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{e}}_x & \vec{\mathbf{e}}_y & \vec{\mathbf{e}}_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ 0 & 0 & A_0\cos(y/a) \end{vmatrix} = -\vec{\mathbf{e}}_x A_0 \frac{\sin(y/a)}{a}$$

4. Írja fel a vektoriális Poisson-egyenlet általános megoldását homogén anyagjellemzőjű közegben és ábrán szemléltesse az alkalmazott jelöléseket!

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|} dV$$

5. Egy papírszigetelésű (ε_r = 1,5) síkkondenzátorban a villamos térerősség E = 280 V/m. A lemezek felülete A = 1,5 dm^2, távolságuk d = 0,5 cm. Határozza meg a kondenzátorban tárolt energiát!

$$U = E \cdot d = 280 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} = 1,4V$$

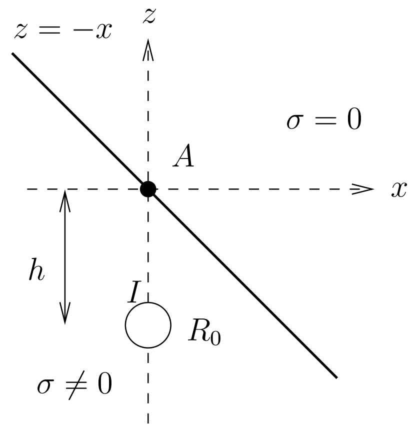
$$C = \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{A}{d} = 3{,}98 \cdot 10^{-11}F$$

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = 3{,}90 \cdot 10^{-11}\ J$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen(1)
10-13	elégséges(2)
14-15	közepes(3)
16-17	jó(4)
18-20	jeles(5)

Név:	Nagypélda:	**JEGY**
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

Nagypélda – Σ **10 pont** (*A megoldást külön lapra kérjük!*)



A $z < -x$ tartományban rossz vezetőképességű közeg (föld, $\sigma = 10^{-3}$ S/m)) található, a tér többi részében tökéletes szigetelő ($\sigma = 0$) található. A $(0;0;-h)$ középpontú, R_0 sugarú fémgömbből I áram folyik el a környező közegbe.
($I = 180$ A, $h = 1{,}8$ m, $R_0 = 10$ cm)

a. Határozza meg az A $(0;0;0)$ pontban az elektromos térerősség nagyságát! *(3 pont)*

b. Számítsa ki az A pont és a felszín gömbhöz legközelebbi pontja (B pont) közötti U_{AB} potenciálkülönbséget! *(4 pont)*

c. Adja meg a szétterjedési ellenállást (a gömb felszíne és egy végtelen távoli pont között elvben mérhető ellenállást)! *(3 pont)*

Kispéldák – Σ **10 pont** (*A jó megoldás 2 pontot ér. Kérjük, hogy a választ a pontozott helyre írja!*)

1. Örvénymentes-e a következő formulával leírt elektromos tér? (Válaszát indokolja!)
$\vec{\mathbf{E}} = 4E_0\, e^{-z/c} \cdot \sin(y/a)\vec{\mathbf{e}}_y$

2. A ponttöltéstől $r = 3$ m távolságban a végtelenhez viszonyított potenciál $U = 140$ V. Határozza meg a $\mathbf{D}$ eltolásvektor integrálját az $R = 10$ m sugarú ekvipotenciális gömb felületére !

$\int_{\mathcal{A}} \mathbf{D} \cdot d\vec{A} =$ ....

3. A mágneses vektorpotenciált leíró függvény $\vec{\mathbf{A}} = A_0 \cdot \cos(y/a)\vec{\mathbf{e}}_z$ a P pontban és annak kis környezetében. Adja meg a mágneses indukció helyfüggvényét a P pont kis környezetében!

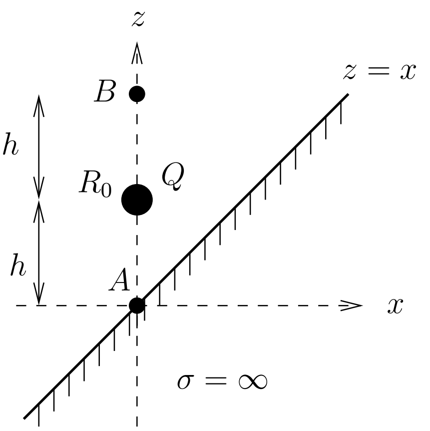
$\vec{\mathbf{B}} =$ ....

4. Írja fel a vektoriális Poisson-egyenlet általános megoldását homogén anyagjellemzőjű közegben és ábrán szemléltesse az alkalmazott jelöléseket!

5. Egy papírszigetelésű ($\varepsilon_r = 1{,}5$) síkkondenzátorban a villamos térerősség $E = 280$ V/m. A lemezek felülete $A = 1{,}5\ dm^2$, távolságuk $d = 0{,}5$ cm. Határozza meg a kondenzátorban tárolt energiát!

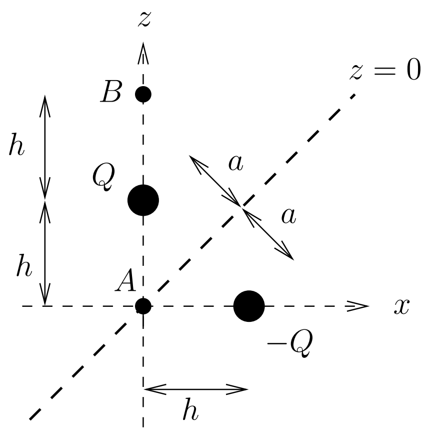
$W =$ ....

Nagyfeladat



A $z < x$ tartományt (félteret) fém tölti ki, a $z > x$ tartományt levegő ($\varepsilon_r = 1$). A z-tengely mentén $(0;0;h)$ középpontú, R_0 sugarú töltött gömb helyezkedik el, melynek töltése Q.
($R_0 = 5$cm, $h = 1,2$ m, $Q = 1{,}4 \cdot 10^{-9}$ C)

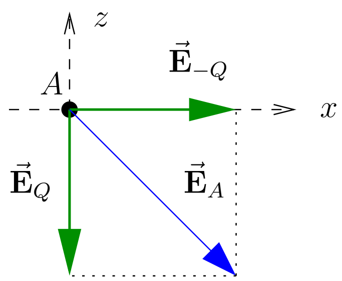
Megoldás



A helyettesítő töltés elhelyezkedését és a távolságokat mutatja az ábra. A $z = x$ síktól a gömbök "a" távolságra találhatóak.

a. Adja meg az A $(0;0;0)$ pontban az elektromos térerősség vektorát! *(4 pont)*

$$a^2 + a^2 = h^2 \text{ , } \textit{innen } a = h/\sqrt{2}$$



$$\vec{\mathbf{E}}_Q = \vec{\mathbf{e}}_z \, (-1) \cdot \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \, \frac{1}{h^2}$$

$$\vec{\mathbf{E}}_{-Q} = \vec{\mathbf{e}}_x \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{h^2}$$

$$\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_Q + \vec{\mathbf{E}}_{-Q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \, \frac{1}{h^2} \, (\vec{\mathbf{e}}_x - \vec{\mathbf{e}}_z) = 8,74 \cdot (\vec{\mathbf{e}}_x - \vec{\mathbf{e}}_z) \, \frac{V}{m}$$

b. Számítsa ki az U_{AB} feszültséget, ahol a B pont a $(0;0;2h)$ koordinátán található. *(3 pont)*

$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$, *ahol* $\varphi = Q/(4\pi\varepsilon_0) \cdot (\frac{1}{r_Q} - \frac{1}{r_{-Q}})$

$$U_{AB} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{h} \right) - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{\sqrt{5}h} \right) = 0 - 5,79V = -5,79V$$

c. Határozza meg az elrendezés (gömb-féltér elektródapár) kapacitását! *(3 pont)*

$C = Q/U$ *alapján*

$$U = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{2 \cdot h/\sqrt{2}} \right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{\sqrt{2}h} \right) = 244,35V$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R_0} - \frac{1}{\sqrt{2}h}} = 5,73 \cdot 10^{-12} F$$

Kisfeladatok

1. Az elektromos skalárpotenciál valamely zárt térrészben $\Phi(x, y, z) = \Phi_0 \cos\left(\frac{z}{b}\right)$. Adja meg a térfogati töltéssűrűség helyfüggvényét! ($\varepsilon_r = 1$)

$$\varrho = -\varepsilon_0 \frac{d^2\Phi}{dz^2} = \varepsilon_0 \frac{\Phi_0}{b^2} \cos(z/b)$$

2. Egy vonaltöltés erőterében az elektromos térerősség nagysága a töltéstől $R = 2$ m távolságban $E = 140$ V/m. Számítsa ki az $R_1 = 1{,}5$ m és az $R_2 = 3$ m sugarú ekvipotenciális hengerek közötti feszültséget!

$$\frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{R} = E \rightarrow \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} = E \cdot R;$$

$$U_{12} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1} = 280 \cdot \ln \frac{3}{1,5} = 280 \ln 2 = 194V$$

3. Egy $4\ell_0$ hosszúságú, $\mathcal{A}$ keresztmetszetű, $3N_0$ menetű, légtöltésű egyenes tekercs belsejében helyfüggetlennek tekinthető H mágneses térerősség van. Határozza meg a tekercs energiáját!

$$W = 4\ell_0 A \cdot \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = 2A\mu_0\ell_0 H^2$$

4. Írja fel a skaláris Poisson-egyenlet általános megoldását homogén anyagjellemzőjű közegben és ábrán szemléltesse az alkalmazott jelöléseket!

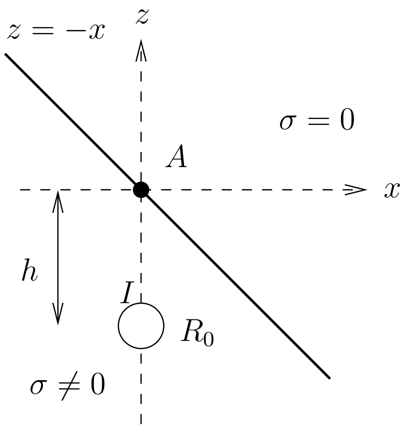
$$\phi(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int\limits_V \frac{\varrho(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|} dV$$

5. A levegőben két vékony, igen hosszú vezető helyezkedik el egymásra merőlegesen, $d = 2$ m távolságra. Az egyik vezetőben $I_1 = 5$ A, a másikban $I_2 = 7$ A áram folyik. Adja meg az egyik vezető $\ell = 0,1$ m-es, a másik vezetőhöz legközelebb eső szakaszán ható erőt!

$$\vec{\mathbf{F}} = 0$$

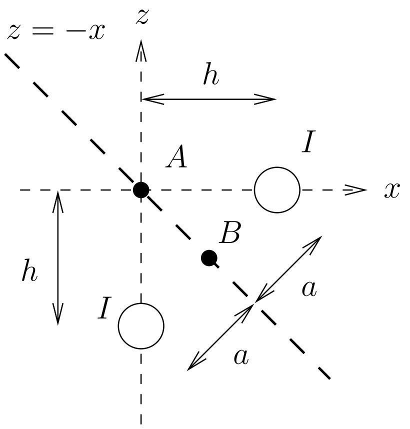
Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen(1)
10-13	elégséges(2)
14-15	közepes(3)
16-17	jó(4)
18-20	jeles(5)

Nagyfeladat



A $z < -x$ tartományban rossz vezetőképességű közeg (föld, $\sigma = 10^{-3}$ S/m)) található, a tér többi részében tökéletes szigetelő ($\sigma = 0$) található. A $(0;0;-h)$ középpontú, R_0 sugarú fémgömbből I áram folyik el a környező közegbe.
($I = 180$ A, $h = 1{,}8$ m, $R_0 = 10$ cm)

Megoldás



Az ábrán látható a helyettesítő elrendezés valamint a számítás során alkalmazott távolságok. A felszín gömbhöz legközelebbi pontját jelöli B, amelynek távolsága "a" .

a. Határozza meg az A $(0;0;0)$ pontban az elektromos térerősség nagyságát! *(3 pont)*

$|\vec{\mathbf{E_x}}| = |\vec{\mathbf{E_z}}|$ *ezért* $E_A = \sqrt{E_x^2 + E_z^2} = \sqrt{2}E$, *ahol* $E = \frac{I}{4\pi\sigma} \cdot \frac{1}{h^2}$

$$E_A = \sqrt{2}\frac{I}{4\pi\sigma\ h^2} = 6,25 \cdot 10^3 \frac{V}{m} = 6,25 \frac{kV}{m}$$

b. Számítsa ki az A pont és a felszín gömbhöz legközelebbi pontja (B pont) közötti U_{AB} potenciálkülönbséget! *(4 pont)*

A felszín gömbhöz legközelebbi pontja (lásd ábra) $a = h/\sqrt{2}$ *távolságra található a gömbtől.*

$$U_{AB} = \varphi_a - \varphi_B = \frac{I}{4\pi\sigma} \cdot \frac{2}{h} - \frac{I}{4\pi\sigma} \cdot \frac{2}{h/\sqrt{2}} = \frac{I}{4\pi\sigma\ h}(2 - 2\sqrt{2}) = -6592V = -6{,}59\ kV$$

c. Adja meg a szétterjedési ellenállást (a gömb felszíne és egy végtelen távoli pont között elvben mérhető ellenállást)! *(3 pont)*

$$U = \frac{I}{4\pi\sigma}\left(\frac{1}{2\frac{h}{\sqrt{2}}} + \frac{1}{R_0}\right) = 149{,}1 \cdot 10^5\ V$$

$$R = \frac{U}{I}\frac{\frac{1}{2\frac{h}{\sqrt{2}}} + \frac{1}{R_0}}{4\pi\sigma} = 827\Omega$$

Kisfeladatok

1. Örvénymentes-e a következő formulával leírt elektromos tér? (Válaszát indokolja!)

$\vec{\mathbf{E}} = 4E_0\ e^{-z/c} \cdot \sin(y/a)\vec{\mathbf{e}}_y$

Örvénymentes, ha rot$\vec{\mathbf{E}} = 0$.

$$\mathrm{rot}\vec{\mathbf{E}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{e}}_x & \vec{\mathbf{e}}_y & \vec{\mathbf{e}}_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = \vec{\mathbf{e}}_x(-\partial_z E_y) + \vec{\mathbf{e}}_z(\partial_x E_y) = \vec{\mathbf{e}}_x \frac{1}{c} E_y \neq 0$$

Ezért a tér nem örvénymentes!

2. A ponttöltéstől $r = 3$ m távolságban a végtelenhez viszonyított potenciál $U = 140$ V. Határozza meg a **D** eltolásvektor integrálját az $R = 10$ m sugarú ekvipotenciális gömb felületére !

$$\int_A \vec{\mathbf{D}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = \int_V \varrho dV = Q$$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} = 140V \rightarrow \quad Q = 4\pi\varepsilon_0 \cdot r \cdot 140 = 4,67 \cdot 10^{-8}C$$

3. A mágneses vektorpotenciált leíró függvény $\vec{\mathbf{A}} = A_0 \cdot \cos(y/a)\vec{\mathbf{e}}_z$ a P pontban és annak kis környezetében. Adja meg a mágneses indukció helyfüggvényét a P pont kis környezetében!

$$\vec{\mathbf{B}} = \mathrm{rot}\vec{\mathbf{A}} = \begin{vmatrix} \vec{\mathbf{e}}_x & \vec{\mathbf{e}}_y & \vec{\mathbf{e}}_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ 0 & 0 & A_0\cos(y/a) \end{vmatrix} = -\vec{\mathbf{e}}_x A_0 \frac{\sin(y/a)}{a}$$

4. Írja fel a vektoriális Poisson-egyenlet általános megoldását homogén anyagjellemzőjű közegben és ábrán szemléltesse az alkalmazott jelöléseket!

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\mu}{4\pi}\int_V \frac{\vec{\mathbf{j}}(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|} dV$$

5. Egy papírszigetelésű ($\varepsilon_r = 1{,}5$) síkkondenzátorban a villamos térerősség $E = 280$ V/m. A lemezek felülete $A = 1{,}5\ dm^2$, távolságuk $d = 0{,}5$ cm. Határozza meg a kondenzátorban tárolt energiát!

$$U = E \cdot d = 280 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} = 1,4V$$

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{d} = 3{,}98 \cdot 10^{-11}F$$

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = 3{,}90 \cdot 10^{-11}\ J$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen(1)
10-13	elégséges(2)
14-15	közepes(3)
16-17	jó(4)
18-20	jeles(5)