# Szabályozástechnika

IX. 14p
1. hét

Lantos Béla EA
Kiss Bálint Gyak

1ZH lesz: EA és gyak anyag.

3 EA; 1 szünet $10^{30}$ kor

Van 5db kis ZH!

Aláíráshoz: 2-es nagy ZH
3 legjobb kisZH legyen 2-es.

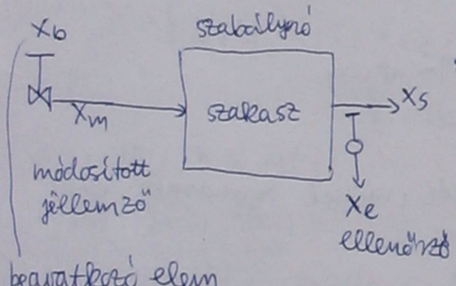
Vizsga teszt és feladat!
↓ 50pont ↳ számítógépen lesz
↓ ebből 25 kell

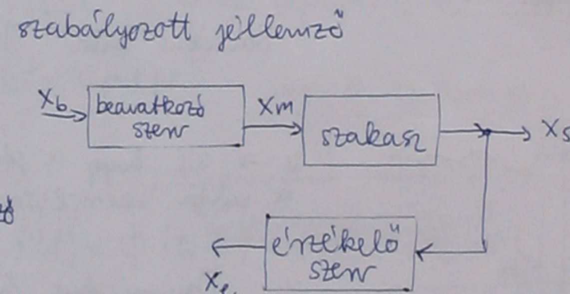
Lantos: Irányítási ... 2005-ös 2. kiadás ← Ez a bázis könyv

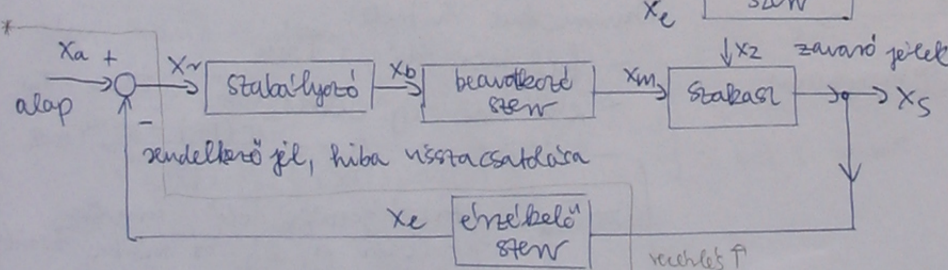
— ○ —

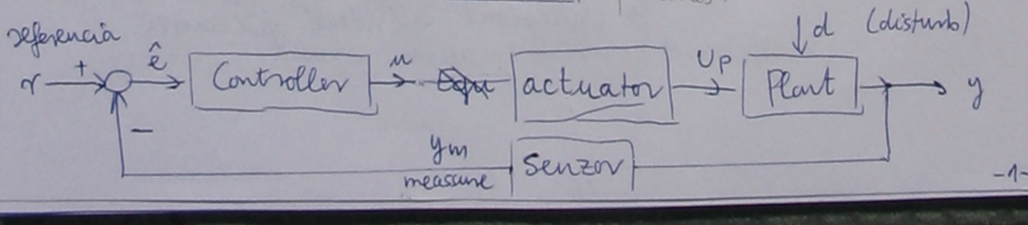
Irányítástechnika — szabályozás: zárt láncú irányítás
↓ \ vezérlés: nyílt -||- -||-

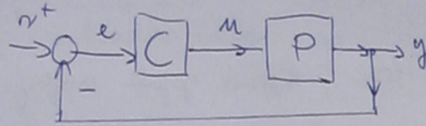
Termelési folyamatokban, de már átterjedt más területekre is
pl.: erőművek, járműipar, repülés, hajózás, rakéták
robottechnika

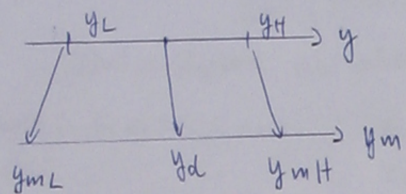


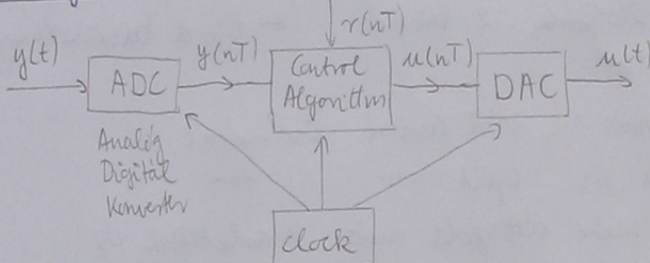



A leképezés akkor lenne jó, ha lineáris lenne, pontos és gyors.

A beavatkozó szervnek jó teljesítményűnek és felbontásúnak kell lennie.

Szabályozók

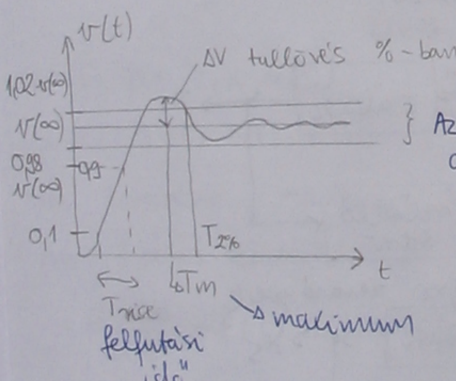



hálózatot processzor vagy mikrocontroller vezérli.

* Ha vezérlés lenne, nem szabályzás ⇒ nem lenne a blokk vázlatban az érzékelő szerv (v.cs.).

Átmeneti fv.: $v$

Statikus hiba: $1 - v(\infty)$




} Az a cél, hogy a jel, minél hamarabb ebbe a sávba kerüljön.

Dinamikus hibák:

- felfutási idő : $T_{rise}$
- első max.-ig eltelt idő : $T_{max} = T_m$
- túllövés : $\Delta v = \frac{v(T_m) - v(\infty)}{v(\infty)} 100\%$
- $T_{2\%}$ : szabályozási idő: amikor rendszer a 2%-os sávba kerül

↳ csillapítás mértékét jellemzi.

Hiba integrálok : hibajel: $e(t) = 1 - v(t)$

- kvadratikus:

$$I_Q = \int_0^\infty e^2(t)\,dt \qquad \text{IQE}$$

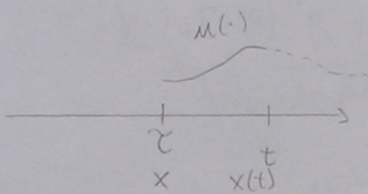
- abszolútérték:

$$I_A = \int_0^\infty |e(t)|\,dt \qquad \text{IAE}$$

- idővel súlyozott abszolút érték hiba: $I_{TA} = \int_0^\infty t\,|e(t)|\,dt$ ITAE

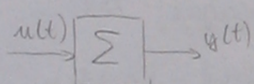
- Értéktartó szabályozás : Xa közel állandó (alapjel alig változik)
- Követő —||— : Xa változik (pl.: helikopter, ezt nehezebb megcsinálni)

Állapot fogalma




Kauzális : a jövőbeli jel nem hat vissza a jelenre.

u(·) = teljes bemenő jel




kimenet értéke

$$\Sigma = \{ T, U, X, Y, \varphi, g, \Omega, \Gamma \}$$ Ezek befolyásolják a rendszert.

következő állapot fv.

$x(t) = \varphi(t, \tau, x, u(\cdot))$

$y(t) = g(t, x(t), u(t))$

kvadratikus mátrix

Ha lineáris a rendszer: $x(t) = \Phi(t,\tau)\,x + \Theta(t,\tau)\,u(\cdot)$

Nem lineáris rendszer:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= f(\underline{t}, x(t), u(t)), \quad x(\tau) = x \\ y(t) &= g(\underline{t}, x(t), u(t)) \end{aligned}\right\}$$ időben változó rendszer a kis t miatt

$x(t) = ?$ Numerikus megoldási módszerek:

- Euler-képlet
- Runge-Kutta-módszer (4-edrendű)

## Lineáris rendszer

$$x(\tau)=x$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A(t)\,x(t)+B(t)\,u(t) \\ y(t) &= C(t)\,x(t)+D(t)\,u(t) \end{aligned}\right\} \text{LTV}$$

LTV : Lin. Time Variant System

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A\,x(t)+Bu(t),\quad x(\tau)=x \\ y(t) &= C\,x(t)+Du(t) \end{aligned}\right\} \text{LTI}$$

LTI : Invariant

$x\in R^n$ $\quad A_{n\times n}\,,\ B_{n\times r}$ $\quad$ sor x oszlop

$u\in R^r$

$y\in R^m$ $\quad C_{m\times n}\,,\ D_{m\times r}$

(Dinamikus rendszerekben általában : $D=0$ )

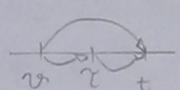
### LTV rendszerek

$$\dot{x}=A(t)\,x+B(t)\,u$$
$$y=C(t)\,x+D(t)\,u$$

Tulajdonságai:

1.) $\dfrac{d\Phi(t,\tau)}{dt}=A(t)\,\Phi(t,\tau)$ ; $\Phi(t,\tau)=I$ = egység mátrix

alap mátrix

2.) 


$$\Phi(t,\tau)\,\Phi(\tau,\vartheta)=\Phi(t,\vartheta)$$
$$[\Phi(t,\tau)]^{-1}=\Phi(\tau,t)$$

inverze

3.) $\dfrac{d\Phi(t,\tau)}{d\tau}=-\Phi(t,\tau)\,A(\tau)$

$$x(t)=\Phi(t,\tau)\,x+\int_{\tau}^{t}\Phi(t,\vartheta)\,B(\vartheta)\,u(\vartheta)\,d\vartheta$$

### LTI:

$$\dot{x}=Ax+Bu$$
$$y=Cx+Du$$

$$\Phi(t,\tau)=e^{A(t-\tau)}$$

$$e^{z}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{n!}$$

$$e^{At}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{A^n t^n}{n!}$$

$$x(t)=e^{A(t-\tau)}x+\int_{\tau}^{t}e^{A(t-\vartheta)}Bu(\vartheta)\,d\vartheta$$

$$\mathcal{L}\{e^{At}\}=\mathcal{L}\left\{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{A^n t^n}{n!}\right\}=\sum_{n=0}^{\infty}A^n\frac{1}{s^{n+1}}=$$

Laplace tr.

$$=\frac{1}{s}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{A}{s}\right)^n=\frac{1}{s}\left(I-\frac{A}{s}\right)^{-1}=(sI-A)^{-1}$$

→

$$\mathcal{L}\{e^{At}\} = (sI-A)^{-1} = \frac{\text{adj}\,(sI-A)}{\det\,(sI-A)}$$

$$\boxed{\det\,(sI-A)=0} \to s_i \to \frac{1}{s-s_i} \to e^{s_i t}$$

$$\boxed{e^{s_i t} \to 0, \text{ ha } \operatorname{Re} s_i < 0}$$

$\dot{x} = Ax + Bu \quad , \quad x(0) = 0 \qquad$ / Laplace transzformálok

$sX = AX + BU$

$(sI-A)X = BU$

$X = (sI-A)^{-1}BU$

$$Y = \underbrace{\{C\,(sI-A)^{-1}B + D\}}_{\text{átviteli fv.}}U$$

$W(s)$ $\quad$ (Máshol: $g(s)$, $H(s)$)

$$W(s) = C\,\frac{\text{adj}\,(sI-A)}{\det\,(sI-A)}\,B + D$$

Ott a pólus a fv. végtelen!

Pólus: $\underline{\det(sI-A)=0 \to s_i}$, STABIL: $\underline{\operatorname{Re} s_i < 0}$

Karakterisztikus egyenlet
Adjungált mátrix
} együttes számítása: Leverrier–Faddejeva alg.

<u>Többváltozós rendszer zérus helye</u>

$(sI-A)X - BU = 0$

$\underline{Y = 0 = CX + DU}$

$$\begin{bmatrix} sI-A & -B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\downarrow$

rank (rangja): $\quad \operatorname{rank} \begin{bmatrix} sI-A & -B \\ C & D \end{bmatrix} < \min\{n+m, n+r\}$

sorok száma: $n+m$; oszlopok száma: $n+r$

$\dim y = \dim u \quad , \quad m = r$

$$\det \begin{bmatrix} sI-A & -B \\ C & D \end{bmatrix} = 0 \to s_i \text{ zérushely}$$

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

---

$\tilde{x} = Tx$, ahol $T$ nem szinguláris mátrix ; $x = T^{-1}\tilde{x}$

$\tilde{x}$ – hullám

$$\dot{\tilde{x}} = T\dot{x} = T(Ax + Bu) = TAT^{-1}\tilde{x} + TBu$$
$$y = Cx + Du = CT^{-1}\tilde{x} + Du$$

---

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u$$
$$y = \tilde{C}\tilde{x} + \tilde{D}u$$

$$\tilde{A} = TAT^{-1}$$
$$\tilde{B} = TB$$
$$\tilde{C} = CT^{-1}$$
$$\tilde{D} = D$$

$T$ koordináta transzformáció nem módosítja: $\left.\begin{array}{l} - W(s) \\ - s_i \text{ pólus} \\ - s_i \text{ zérus} \end{array}\right\}$ invariánsak

Biz:

$$\det(sI - \tilde{A}) = \det(s\underset{TT^{-1}}{\underset{\uparrow}{I}} - TAT^{-1}) = \det\{T(sI - A)T^{-1}\} =$$

$$= \cancel{\det(T)}\det(sI - A)\cancel{\det(T^{-1})} = \det(sI - A)$$