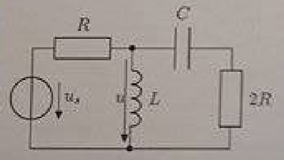
Jelek és rendszerek 2. (VIHVAB01) nagyzárthelyi B 2015. november 13.

Nagyfeladatok *(A megoldásokat feladatonként külön lapokra kérjük!)*

1. feladat. Adott az alábbi hálózat. ($R = 1\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 2\,\mathrm{nF}$ és $L = 1/6\mathrm{mH}$)



a) Rajzolja fel az $u(t)$, $t > 0$ meghatározására alkalmas legegyszerűbb hálózatot a fiktív források módszerével, ha a gerjesztés $u_s(t) = 5[1 - \varepsilon(t)]$ V! Adja meg a forrásmennyiségeket is! (2 pont)

b) Adja meg a hálózat által reprezentált rendszer átviteli függvényét *normálalakban*, ha a gerjesztés a forrásfeszültség, a válasz pedig a bejelölt u feszültség! Adja meg az idő egységét is! (3 pont)

A hálózati elemek bizonyos más értékei mellett [V, mA, µs] egységekkel koherens rendszerben az átviteli függvény

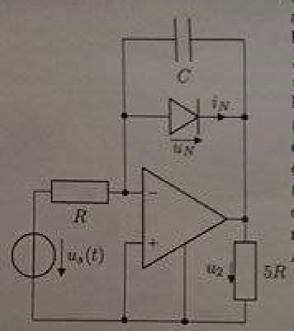
$$H(s) = \frac{0{,}67s^2 + 2s}{s^2 + 46{,}25s + 125}.$$

A továbbiakban ezzel számoljon!

c) Adja meg az átviteli függvény pólus-zérus elrendezését! (1 pont)

d) Adja meg az *amplitúdókarakterisztika* töréspontos Bode-diagramját a 0,1...1000 Mrad/s tartományban! (4 pont)

2. feladat



Az ábrán látható hálózatban a nemlineáris elem (dióda) karakterisztikája $i_N = I_s\left(e^{u_N/u_T} - 1\right)$.

a) Adjon zárt alakú összefüggést u_2-re u_s függvényében, *a kondenzátort figyelmen kívül hagyva!* (3 pont)

A továbbiakban a kondenzátort is tartalmazó hálózatot vizsgálja!

b) Határozza meg a nemlineáris elem munkapontját (u_N, i_N értékeit), ha $u_s(t) = U_0 = 100$ mV, $I_s = 1\mu$A és $u_T = 26$mV, $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 2\mu$F! Határozza meg a dióda dinamikus ellenállását ebben a munkapontban! (3 pont)

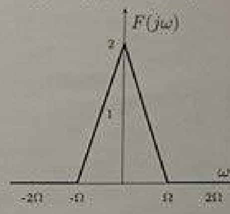
c) Egy másik munkapontban ($u_s = U_0 = 200$ mV) a nemlineáris elem dinamikus ellenállása $R_d = 0{,}14\,\mathrm{k\Omega}$. A gerjesztés

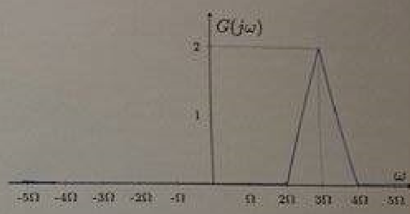
$$u_s(t) = [200 + \tilde{u}_s(t)]\,\mathrm{mV}$$

alakban adott, számítsa ki a $H(j\omega) = \frac{\bar{U}_2(j\omega)}{\bar{U}_s(j\omega)}$ kisjelű átviteli karakterisztikát normálalakban! (4 pont)

Kisfeladatok *(A megoldásokat erre a lapra írja! Feladatonként 0, 0,5 ill. 1 pont szerezhető. Csak a végeredményt kérjük megadni!)*

1. A bal oldali ábrán egy $f(t)$ jel spektrumát vázoltuk. Rajzolja be a jobb oldali ábrába a $g(t) = f(t)e^{j3\Omega t}$ jel spektrumát!





2. Egy folytonos idejű rendszer átviteli függvénye $H(s) = \frac{2(s+2)}{s^2 + 8s + 15}$. Határozza meg a rendszer impulzusválaszának értékét a $t = +0$ pillanatban!

h(+0) = 2

3. Egy folytonos idejű rendszer átviteli karakterisztikája $H(j\omega) = \frac{\alpha(j\omega+\beta)}{j\omega+4}$ alakú. α és β mely értékeire *mindentáteresztő* a hálózat?

$\beta = \pm 4$; α tetszőleges (vagy $\alpha = 0$; β tetszőleges)

és mindent áteresztő

4. Az $f(t) = \varepsilon(t)e^{-4t}$ jel sávszélessége az amplitúdóspektrum -20 dB-es pontjai között értelmezve $\Delta\omega_f$. Fejezze ki ezzel a mennyiséggel az $m(t) = 2\varepsilon(t)e^{-2t}$ jel sávszélességét!

$\Delta\omega_m = \frac{\Delta\omega_f}{2}$

5. Egy DI rendszer impulzusválasza

$$h[k] = 2\delta[k] - 1\delta[k-1] + 0{,}2\delta[k-2] - 0{,}1\delta[k-3].$$

Adja meg a rendszer *ugrásválaszának* értékét a $k = 2$-ben!

$g[2] = 1{,}2$

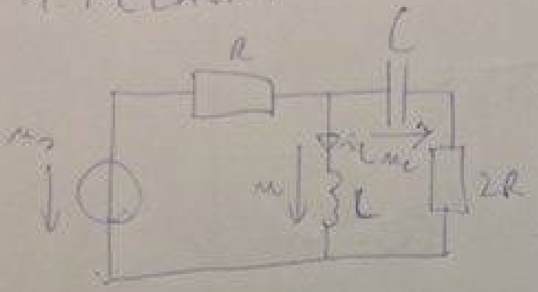
Nagypéldák:	/10	/10
Kispéldák:	5/5	
Javító:		
Σ Összpont:	25/25	

[redacted]

[redacted]

1. FELADAT

B csoport

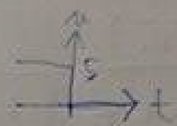


$R = 1\ k\Omega$

$C = 2\ \mu F$

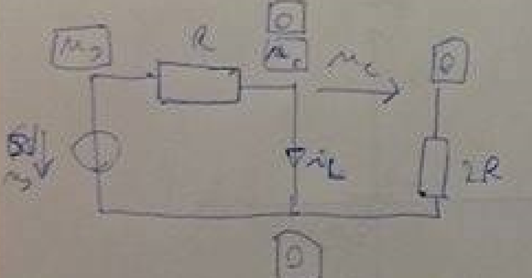
$L = \frac{1}{6}\ mH$

$u_s(t) = 5\,(1 - \varepsilon(t))\ V$



$\{V, k\Omega, \mu F, mH, mA, ms, \frac{krad}{s}\}$

ⓐ $t<0$ állandósult állapot $\quad u_s = 5\ V$

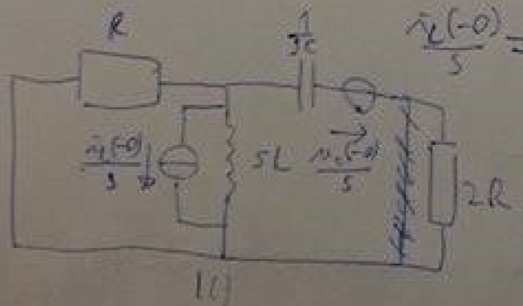


$u_C(-0) = 0\ V$ ✓

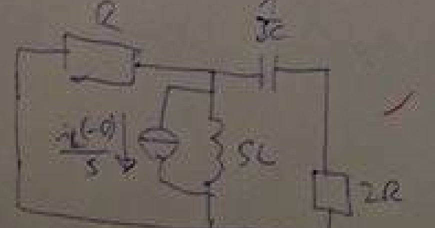
$i_L(-0) = \frac{u_s}{R} = \frac{5}{1} = 5\ mA$ ✓

$t>0: \quad u_s(t) = 0$

$\frac{i_L(-0)}{s} = \frac{5}{s} \qquad \frac{u_C(-0)}{s} = 0$



2p



ⓑ
$$H(s) = \frac{sL \times \left(\frac{1}{sC} + 2R\right)}{R + sL \times \left(\frac{1}{sC} + 2R\right)} = \frac{\dfrac{sL\left(\frac{1}{sC}+2R\right)}{sL + \frac{1}{sC} + 2R}}{R + \dfrac{sL\left(\frac{1}{sC}+2R\right)}{sL + \frac{1}{sC} + 2R}} = \frac{sL\left(\frac{1}{sC} + 2R\right)}{sL\left(\frac{1}{sC}+2R\right) + sRL + \frac{R}{sC} + 2R^2} =$$

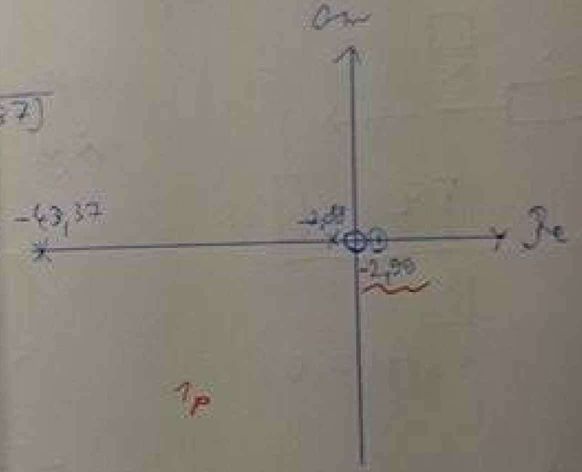
$$= \frac{\frac{sL}{sC} + s2RL}{\frac{sL}{sC} + s2RL + sRL + \frac{R}{sC} + 2R^2L} = \frac{\frac{sL}{sC} + s2RL}{\frac{sL+R}{sC} + s3RL + 2R^2} =$$

$$= \frac{sL + s^2 2RLC}{sL + R + s^2 3RLC + s2R^2C} = \frac{s^2 2RLC + sL}{s^2 3RLC + s(L + 2R^2C) + R} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3}s^2 + \frac{1}{3RC}s}{s^2 + \left(\frac{1}{3RC} + \frac{2R}{3L}\right)s + \frac{1}{3LC}} = \frac{\frac{2}{3}s^2 + \frac{1}{6}s}{s^2 + \frac{25}{6}s + 1}$$ ✓ $[t] = \mu s$ 3p

innét $H(s) = \frac{0{,}67 s^2 + 2s}{s^2 + 46{,}25 s + 125}$ $\left[V, mA, \mu s, \frac{Mrad}{s}\right]$

c) $H(s) = \cancel{(\ldots)} \; s \cdot 0{,}67 \cdot \frac{s + 2{,}99}{(s + 2{,}88)(s + 43{,}37)}$



$s^2 + 46{,}25 s + 125 = (s + 2{,}88)(s + 43{,}37)$

$\frac{-46{,}25 \pm 40{,}49}{2}$ $\begin{cases} -2{,}88 \\ -43{,}37 \end{cases}$ ✓

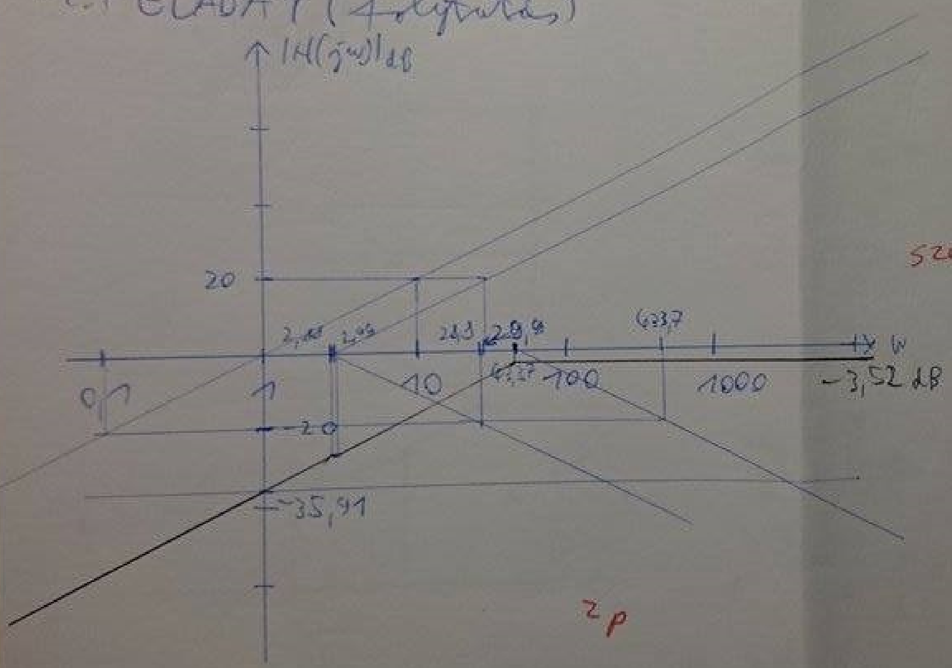
1p

d) $H(s) = s \cdot 0{,}67 \cdot \frac{2{,}99}{2{,}88 \cdot 43{,}37} \cdot \frac{1 + \frac{s}{2{,}99}}{\left(1 + \frac{s}{2{,}88}\right)\left(1 + \frac{s}{43{,}37}\right)}$

$\forall$ pólus valós része negatív $\Rightarrow$ GVS rendszer $\Rightarrow H(j\omega) = H(s)\big|_{s=j\omega}$

$H(j\omega) = j\omega \cdot \cancel{(\ldots)} \, 0{,}016 \cdot \frac{1 + j\frac{\omega}{2{,}99}}{\left(1 + \frac{j\omega}{2{,}88}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{43{,}37}\right)}$ 2p

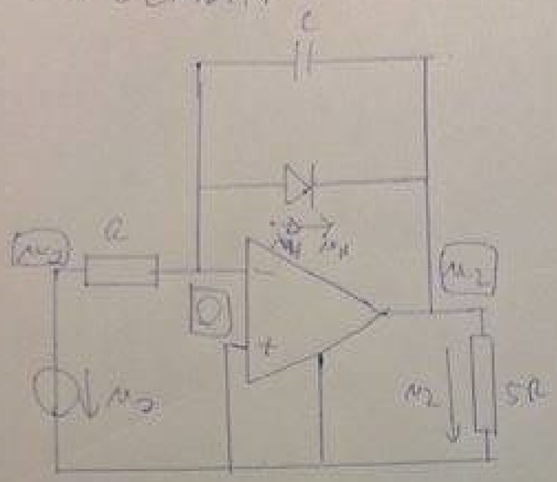
1. FELADAT (folytatás)



szép

2p

2. FELADAT



$i_N = I_S \left(e^{\frac{u_N}{V_T}} - 1 \right)$

a) $C = 0$ (-||- → -x-)

$0 = \frac{-u_0}{R} + i_N$ ✓

$u_N = -u_2$

⇓

$\frac{u_0}{R} = I_S \left(e^{\frac{-u_2}{V_T}} - 1 \right)$

$e^{-\frac{u_2}{V_T}} = \frac{u_0}{R I_S} + 1$

$u_2 = -V_T \ln \left(\frac{u_0}{R I_S} + 1 \right)$ ✓ 3p

b) munkapont: $u_0(t) = V_0 = 100\ mV$ $\quad I_S = 1\ \mu A$ $\quad V_T = 26\ mV$

⇓ $\quad R = 1k\ \Omega \quad C = 2\ \mu F$

($C = 0$)

-||- → -x- $\quad \{mV; \mu A; k\Omega; \mu F; ms\}$

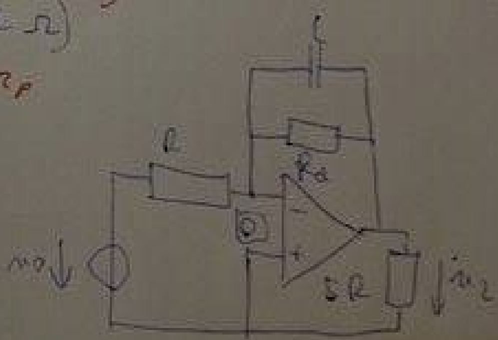
a)-ból $u_2 = -V_T \ln \left(\frac{u_0}{R I_S} + 1 \right)$, $u_N = -u_2$ $\Rightarrow u_N = V_T \ln \left(\frac{u_0}{R I_S} + 1 \right) = 119{,}99\ V$ ✓

$i_N = I_S \left(e^{\frac{u_N}{V_T}} - 1 \right) = 99{,}99\ \mu A$ ✓ 2p

$R_d = \frac{1}{\left. \frac{d i_N(u_N)}{d u_N} \right|_{u_N}} = \frac{1}{\frac{I_S}{V_T} e^{\frac{u_N}{V_T}}} = 0{,}257\ (k\Omega)$ ✓ 2p

c) $R_d = 0{,}26\ k\Omega$

$u_0(t) = [200 + \tilde{u}_0(t)]\ mV$



$H(j\omega) = \frac{\tilde{U}_2(j\omega)}{\tilde{U}_0(j\omega)}$

$0 = -\frac{\tilde{u}_0}{R} - \frac{\tilde{u}_2}{R_d \times \frac{1}{j\omega C}} \Rightarrow \frac{\tilde{u}_2}{\tilde{u}_0} = H(j\omega) = -\frac{R_d \times \frac{1}{j\omega C}}{R} = -\frac{\frac{R_d}{1 + j\omega C R_d}}{R} =$

$$= -\frac{R_d}{R(1+j\omega C R_d)} = -\frac{R_d}{j\omega C R R_d + R} = -\frac{\frac{1}{RC}}{j\omega + \frac{1}{R_d C}} =$$

$$= -\frac{\frac{1}{2}}{j\omega + \frac{25}{7}}$$

4p

K1

$g(t) = f(t)\, e^{j3\Omega t}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, \underbrace{e^{j3\Omega t}\, e^{-j\omega t}}_{e^{-j(\omega+3\Omega)t}}\, dt$$

$G(j\omega) = F(j(\omega - 3\Omega))$

$$\frac{2(s+4)}{(s+3)(s+5)} = \frac{\substack{-1\\ -2\\ \hline 2}}{s+3} + \frac{\substack{3\\ -6\\ \hline -2}}{s+5} \quad \varepsilon(t)\left[e^{-3t} + e^{-5t}\right] \checkmark$$

K2

$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}$

$$h(+0) = \lim_{s\to\infty} sH(s) = \lim_{\infty} s\frac{2(s+2)}{s^2+8s+15} = \lim_{\infty} \frac{2s^2+4s}{s^2+8s+15} = 2$$

K3

$$H(j\omega) = \frac{\alpha(j\omega+\beta)}{j\omega+4}$$

za $\beta = 4 \Rightarrow H(j\omega) = \alpha$ ✓

za $\beta = -4 \Rightarrow \alpha\dfrac{j\omega-4}{j\omega+4} = -\alpha\dfrac{4-j\omega}{4+j\omega} \Big]^{2} \Rightarrow = 1$ ✓

za $\alpha = 0$ ✓

K4 $f(t) = \varepsilon(t)\, e^{-4t}$ $\quad \Delta\omega_f$

$u(t) = 2\varepsilon(t)\, e^{-2t} = 2f\left(\frac{t}{2}\right)$

$F(j\omega) \quad M(j\omega) = 2 \cdot 2F(j(2\omega)) \Rightarrow dB \Rightarrow MAX + = 12\,dB$

$\mapsto^{2} \leftarrow \quad \Delta\omega_u = \frac{\Delta\omega_f}{2}$

K5

$h[k] = 2\delta[k] - 1\delta[k-1] + 0{,}2\delta[k-2]$

$u(k) = \varepsilon[k]$

$$g[2] = h[0]\,\underset{1}{\varepsilon[2]} + h[1]\,\underset{1}{\varepsilon[1]} + h[2]\,\underset{1}{\varepsilon[0]}$$