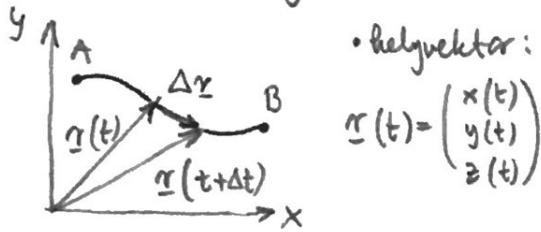


# Kísérleti fizika, 3. ea.

Ismétlés: Mozgások 3D-ben:



• helyvektor:

$$\underline{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

• sebesség:  $\underline{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \end{pmatrix}$

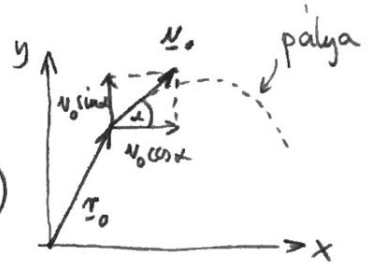
• gyorsulás:  $\underline{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \\ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \end{pmatrix}$

## I. Kinematika (folyt.)

1/a.) A ferde hajítás  $a = g$

$$\underline{r}_0 = (x_0, y_0), \quad \underline{v}_0 = (v_0 \cos \alpha, v_0 \sin \alpha)$$

$$\underline{a} = (0, -g)$$



Mozgások függetlenségének elve: x irányban egyenes, y irányban egyenletesen gyorsuló mozgás! (kísérlet!)

$$\underline{v}(t) = \begin{pmatrix} v_0 \cos \alpha \\ v_0 \sin \alpha - gt \end{pmatrix}, \quad \underline{r}(t) = \begin{pmatrix} x_0 + v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y_0 + v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix}$$

b.) A pálya alakja:

Legyen  $x_0 = 0, y_0 = 0!$

$$x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t \quad (1)$$

$$y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

Az (1) egyenletből:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

ezzel:

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \cdot \tan \alpha$$

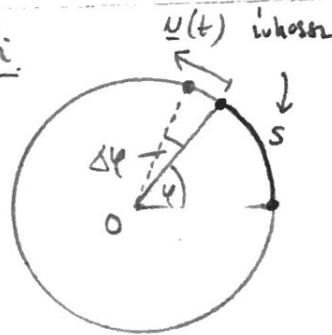
parabola alak!

## 2.) Körmozgás kinematikai jellemzői

a.) A pont helyzetének jellemzése:

$$\varphi = \frac{s}{r} \quad ([\varphi] = \frac{m}{m} = \text{rad})$$

Megjegyzés:  $1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$



b.) A mozgás gyorsaságának jellemzése.

szögsebesség:  $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \quad ([\omega] = \frac{\text{rad}}{s} = \frac{1}{s})$

kerületi sebesség:

$$v_k = |\underline{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{r \Delta \varphi}{\Delta t} = r \omega$$

c.) A szögsebességvektor



jóbkézszabály:

$$\underline{v} = \underline{\omega} \times \underline{r}$$

$$|\underline{v}| = \omega r \cdot \sin 90^\circ$$

d.) Fordulatszám, periódusidő

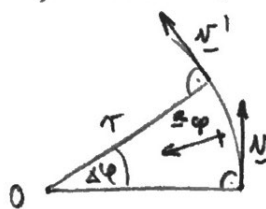
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi / 2\pi}{\Delta t} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \Delta t \text{ idő alatt} \\ \text{az egész fordulat} \\ \text{hányad részét teszi meg?} \end{array}$$

egyenletes ( $\omega = \text{const}$ ) körmozgásnál:

$$f = \frac{2\pi / 2\pi}{T} \quad \leftarrow \begin{array}{l} 2\pi \text{ szögelfordulás} \\ \text{idője, periódusidő} \end{array}$$

$$f = \frac{1}{T} \quad ([f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}) \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

e.) A centripetális gyorsulás



$$\Delta \underline{v} = \underline{v}' - \underline{v}$$

$$\Delta v = 2v \sin \frac{\Delta \varphi}{2}$$

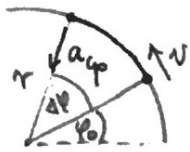
$$a_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2v \sin \frac{\Delta \varphi}{2}}{\Delta t} = v \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \frac{\Delta \varphi}{2}}{\Delta t}$$

$$a_{cp} = v\omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

Mindig a kör középpontja felé mutat!  
Oka: a sebességvektor iránya változik.  
(Egyenletes körmozgásnál is van.)

## f.) Speciális körmozgás.

- Egyenletes körmozgás. ( $\omega = \text{dll.}$ )



$$\Delta\varphi = \omega \cdot t$$

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \Delta\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

$$v(t) = r\omega = \text{dll.}$$

$$|\underline{a}| = a_{cp} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

- Egyenletesen gyorsuló körmozgás



$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \text{dll. (szöggyorsulás)}$$

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t + \frac{1}{2}\beta t^2$$

$$|\underline{a}| = \sqrt{a_{cp}^2 + a_t^2}, \quad a_t = r\beta$$

## 2.) Newton II. törvénye.

A tapasztalat szerint egy test gyorsulása arányos a rá ható erővel, irányuk azonos:

$$\underline{a} \sim \underline{F}$$

Így a kettő hányadosa a testre jellemző állandó: a test (tehetetlen) tömege:

definíció:  $m = \frac{|\underline{F}|}{|\underline{a}|}, \quad [m] = \text{kg.}$

Attól kezdve kapjuk Newton I. törvényét:

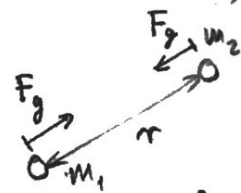
$$\boxed{\underline{F} = m\underline{a}} \leftarrow \begin{array}{l} \text{több erő esetén} \\ \Sigma \underline{F} = m\underline{a} \end{array}$$

## III. Erőtörvények.

- a.) Gravitációs erő-törvény (Newton-féle)

$$\boxed{F_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

(pontszerű és gömböses testek)



gravitációs állandó:  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2}$

gravitációs gyorsulás: Föld tömege

$$g_0 = \frac{F_g}{m_2} = \gamma \frac{m_1}{r^2} \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A földi  $g$  ennél kicsit kisebb a Föld forgása miatt.

## II. Dinamikai alapok

- 1.) Az erő fogalma, mérése:

Egy másikkal kapcsolatba kerülő testek kölcsönhatásba lépnek (hatnak egymásra), ennek leírására az erőt használjuk.

- a.) Mérése:  $\rightarrow$  mozgásállapot-változtató hatás  
 $\rightarrow$  alakváltoztató hatás

Mi a másodikat használjuk: rugós erőmérő.

- b.) Felületi mértékegység:

$$\underline{F}, \quad [F] = \text{N} = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

↑  
velőtömegszorzat

- c.) Kalibrálás:

1 kg tömegű testet rugós erőmérőre akasztva 9,81 N erőt mérünk.



- 3.) Newton III. törvénye (hatás-ellenhatás)

Kísérlet: Két kiskocsin álló díszle tart egy kötelet. Ha az egyik húzza a kötel végét, a másik is elmozdul.



Az erő mindig kölcsönhatás!

Ha egy A test hat egy B testre, akkor a B test is hat az A-ra. Ez a két erő azonos nagyságú, párhuzamos és ellentétes irányú:

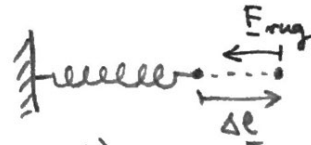
$$\boxed{\underline{F}_{-AB} = -\underline{F}_{-BA}}$$

Ez Newton III. törvénye.

- b.) Rugóerő

Rugalmas testekben deformáció lép fel, rugóerő iránya a deformációval ellentétes, nagysága arányos:

$$\boxed{\underline{F}_{\text{rug}} = -D \Delta \underline{e}}$$



D: rugóállandó (direkciós erő)

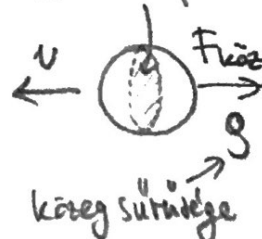
$$[D] = \text{N/m}$$

- c.) Közegellenállási erő.

- gázokban, folyadékokban
- relatív sebességgel ellentétes

$$\boxed{\underline{F}_{\text{köz}} = C \rho A v^2}$$

A: honldfelület



közeg sűrűsége