

1. Egy 750 N súlyú testet nyugalmi helyzetéből indítva állandó gyorsulással, kötéllal húzunk függőlegesen felfelé. A test így módon 5 s alatt 50 m magasra jut. Mekkora munkát végzett az emelő erő?

$$750 \text{ N} = m \cdot g = 75 \cdot 10 \Rightarrow m = 75 \text{ kg}$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$h = 50 \text{ m}$$

$$W = ?$$

$$h = \frac{a}{2} t^2$$

$$50 = \frac{a}{2} 5^2$$

$$100 = a \cdot 25$$

$$a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



$$F_k - m \cdot g = m \cdot a$$

$$F_k = m \cdot a + m \cdot g$$

$$F_k = 75 \cdot 4 + 75 \cdot 10$$

$$F_k = 1050 \text{ N}$$

$$W = F \cdot s \Rightarrow W = F_k \cdot h = 1050 \cdot 50 = \underline{\underline{52500 \text{ J}}}$$

(a)

2. Az ábrán egy 500g-os részecske  $U(r)$  helyfüggő potenciális energiafüggvénye látható. A részecske az  $r = 1 \text{ m}$  helyen van. Mekkora sebességgel kell elindítani, hogy áthaladjon az  $r = 3 \text{ m}$  távolságban lévő ponton?

$$m = 500 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}$$

$$r = 1 \text{ m}$$

$$v_0 = ? \text{ ha } r = 3 \text{ m}$$

$$U(r) = ?$$

$$\text{legkisebb energia} = U(1) = -3 \text{ J}$$

$$\text{legnagyobb energia} = U(3) = 2 \text{ J}$$

$$\Delta U = U_{\text{max}} - U_{\text{min}} = 2 - (-3) = 5 \text{ J}$$

$$E_{\text{kinetika}} = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow 5 \text{ J} = \frac{0,5 \cdot v^2}{2}$$

$$10 \text{ J} = 0,5 v^2$$

$$v = \sqrt{20} = \underline{\underline{4,47 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

= (c)



3. Egy tömegpont hely-idő függvénye  $x(t) = t^3 + 2t + 4$  [m]. Mekkora az átlagsebesség a 2s és 3s között?

$$t_1 = 2 \text{ s}$$

$$t_2 = 3 \text{ s}$$

$$x(2) = 2^3 + 2(2) + 4 = 8 + 4 + 4 = 16 \text{ m}$$

$$x(3) = 3^3 + 2(3) + 4 = 27 + 6 + 4 = 37 \text{ m}$$

$$s = x_2 - x_1 = 37 - 16 = 21$$

$$t = t_2 - t_1 = 1 \text{ s}$$

$$\underline{\underline{v_{\text{atlagos}} = \frac{s}{t} = \frac{21}{1} = 21 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

(b)

4. Egyik végén zárt csőben 430 Hz frekvenciájú hangvillával rezgéseket keltünk. A rezgésnek a csőben a nyitott végén kívül még egy duzzadó helye van. A cső hossza 65 cm. Határozzuk meg a hang terjedési sebességét a csőben lévő levegőben!

$$f = 430 \text{ Hz}$$

$$l = 0,65 \text{ m}$$

$$n = ?; c = ?$$

$$l = \frac{3}{4} \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{4}{3} l = \frac{4}{3} \cdot 0,65 = \frac{13}{15}$$

$$\underline{\underline{c = \lambda \cdot f = \frac{13}{15} \cdot 430 = 372,66 \Rightarrow \text{(c)}}}$$



5. Egy 0,1 kg tömegű test 22,5 N/m állandójú rugón harmonikus rezgőmozgást végez. A  $t = 0$  időpontban a test kitérése 0,15 m, sebessége -3 m/s. Mekkora a rezgés amplitúdója?

$$m = 0,1 \text{ kg}$$

$$D = 22,5 \text{ N/m}$$

$$t = 0$$

$$x(t) = 0,15$$

$$v(t) = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,1}{22,5}} = \frac{2}{15}\pi$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2}{15}\pi} = 15$$

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 + x^2} = \sqrt{\left(\frac{-3}{15}\right)^2 + 0,15^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \textcircled{b}$$

6. Mekkora munkavégzés szükséges egy 0,5 m sugarú, 20 kg tömegű tömör henger ( $\Theta_{TKP} = mR^2/2$ ) megállításához, ha a henger vízszintes talajon 2 m/s sebességgel tisztán gördül?

$$r = 0,5 \text{ m}$$

$$m = 20 \text{ kg}$$

$$v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Theta_{TKP} = \frac{mR^2}{2} = \frac{20 \cdot 0,5^2}{2} = 2,5$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2}{0,5} = 4 \frac{1}{\text{s}}$$

$$E_{\text{haladási}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_{\text{forgási}} = \frac{1}{2} m \cdot \omega^2$$

$$W = E_{\text{mozgási}} = E_{\text{hel}} + E_{\text{forg}} =$$

$$= \frac{1}{2} 20 \cdot 2^2 + \frac{1}{2} 20 \cdot 4^2 = \underline{\underline{60 \text{ J}}}$$

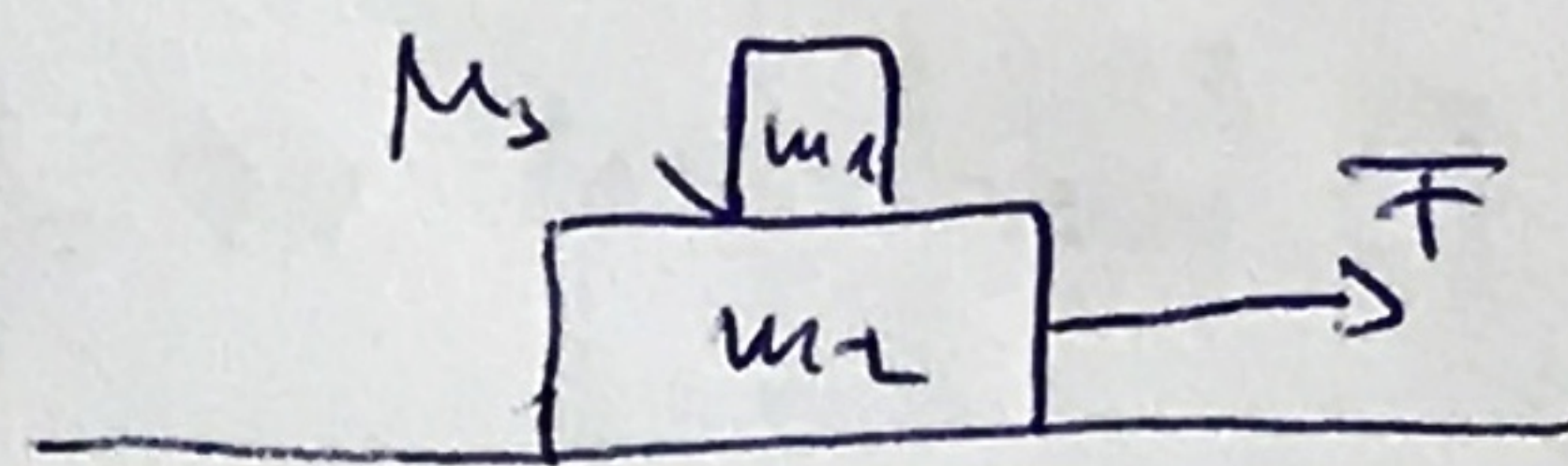
$\Downarrow$   
 $\textcircled{a}$



7. Az ábra szerinti elrendezésben a felső és az alsó hasáb között a tapadási súrlódási együttható 0,3. A vízszintes sík súrlódásmentes. Mekkora maximális vízszintes  $F$  erővel húzhatjuk az alsó testet, ha azt akarjuk, hogy a felső test ne csússzon meg rajta? ( $m_1 = 2,5$  kg,  $m_2 = 3,7$  kg)

$$\mu = 0,3 \quad m_1 = 2,5 \text{ kg}$$

$$F = ? \quad m_2 = 3,7 \text{ kg}$$



$$F_{\text{tap}} = \mu \cdot m_1 \cdot g = 0,3 \cdot 2,5 \cdot 10 = 7,5 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow F_{\text{felso}} = m \cdot a = \frac{F_1 \cdot m_1}{m_1 + m_2}$$

$$F_{\text{tap}} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F_1$$

$$7,5 = \frac{2,5}{2,5 + 3,7} F_1 \Rightarrow \underline{\underline{F_1 = 18,6 \text{ N}}} \Rightarrow \textcircled{c}$$

8. Három egyirányú rezgést összegzünk:  $x_1 = (2 \text{ m}) \times \sin(\omega t - \pi/6)$ ,  $x_2 = -(1 \text{ m}) \times \sin \omega t$ ,  $x_3 = (2 \text{ m}) \times \sin(\omega t + \pi/2)$ . Határozza meg az eredő rezgés amplitúdóját!



9. Egy 70 kg tömegű pilóta repülőgéppel  $R=1$  km sugarú függőleges síkú körpályán 1080 km/h egyenletes sebességgel köröz. A repülőnek állandóan a teteje néz a körpálya középpontja felé. Mekkora erő nyomja a pilótát az üléshez, a körpálya legfelső pontján?

$$m_{\text{pilóta}} = 70 \text{ kg}$$

$$R = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$v = 1080 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

legalsó:

$$F_{\text{ny}} - m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$F_{\text{ny}} = m \cdot \left( g + \frac{v^2}{r} \right) = 70 \cdot \left( 10 + \frac{300^2}{1000} \right) = 7000$$

legfelső:

$$F_{\text{ny}} + m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$F_{\text{ny}} = m \cdot \left( \frac{v^2}{r} - g \right) = 70 \cdot \left( \frac{300^2}{1000} - 10 \right) = \underline{\underline{5600 \text{ N}}}$$

10. Függőleges falról a rá merőlegesen 10 m/s sebességgel érkező 0,5 kg tömegű labda 9 m/s sebességgel pattan vissza. Ha a kölcsönhatás során a fal átlagosan 95 N erőt fejtett ki, mekkora volt a kölcsönhatás időtartama?

$$v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = -9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_2 = -9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{array} \right\} \Delta v = v_1 - v_2 = 10 - (-9) = 19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m = 0,5 \text{ kg}$$

$$F = 95 \text{ N}$$

$$F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{m \cdot \Delta v}{F} = \frac{0,5 \cdot 19}{95} = \frac{9,5}{95} = 0,10 = \underline{\underline{100 \text{ ms}}}$$

✓

Ⓐ



11. Mekkora állandó forgatónyomaték hat arra az  $50 \text{ kgm}^2$  tehetetlenségi nyomatékú testre, amely nyugalomból indulva, 10 s alatt 50 fordulatot tesz meg?

$$\Theta = 50 \text{ kgm}^2$$

$$t = 10 \text{ s}$$

$$n = 5 \frac{1}{2}$$

$$f = 50 \cdot 2\pi$$

$$f = \frac{1}{2} \beta \cdot t^2$$

$$50 \cdot 2\pi = \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot 10^2$$

$$200\pi = \beta \cdot 100$$

$$\beta = 2\pi$$

$$\underline{M} = \Theta \cdot \beta = 50 \cdot 2\pi = 100\pi = \underline{\underline{314,16}} \Rightarrow \textcircled{b}$$

12. Egy rugó szabad végén egy tömegpont van. A rugót 2 cm-re meghúztuk, miközben 4 J munkát végeztünk. A rugót ezután elengedjük. Mekkora a tömegpont kinetikus energiája, amikor a rugó megnyúlása csak 1 cm?

$$l_1 = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m} \Rightarrow \Delta l = l_1 - l_0 = 0,02 - 0 = 0,02 \text{ m}$$

$$l_0 = 0 \text{ cm}$$

$$\Delta W = F \cdot \Delta r$$

$$4 - 0 = F \cdot (0,02 - 0)$$

$$F = 200 \text{ N}$$

$$F = -D \cdot \Delta l$$

$$200 = -D \cdot (0,02)$$

$$-D = \frac{200}{0,02}$$

$$-D = 10.000$$



13. Átlagosan milyen magasságban halad a Föld felszíne felett az űrhajó, ha átlagsebessége 28 000 km/h? (Adatok: A Föld átlagos sugara 6370 km, a gravitációs állandó:  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ ; a Föld tömege  $6 \cdot 10^{24} \text{kg}$ )

$$R = 6370 = 6370.000 \text{ m}$$

$$M_F = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$$

$$v = 28000 \text{ km/h} = 7777,8 \text{ m/s}$$

$$r = R + x$$

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = G \cdot \frac{M}{r^2}$$

$$r = G \cdot \frac{M}{v^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{7777,8^2} = \frac{4,002 \cdot 10^{14}}{7777,8^2} = 6615513,217$$

$$x = r - R = 6615513,217 - 6370.000 = 245 \text{ km}$$

↓  
(b)

14. Vidámparki óriáskerék sugara  $R=20 \text{ m}$  és 5 fordulót tesz meg percenként. A kereket 9 s alatt egyenletesen lefékezik. A fékezés után kb. hány másodperccel lesz a tangenciális és a centripetális gyorsulás egyenlő nagyságú?

$$R = 20 \text{ m}$$

$$N = 5 \frac{1}{\text{perc}} = \frac{5}{60} \frac{1}{\text{s}}$$

$$a_f = g_s$$

$$a_{cp} = a_{tg} \Rightarrow t = ?$$

$$\omega = 2\pi \cdot N = 2\pi \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{6} \pi$$

$$a_{tg} =$$

$$v_2 = v_0 + a_{tg} \cdot t$$

$$\frac{v_2 - v_0}{a_{tg}} = t$$

$$v = 20 \cdot \frac{1}{6} \pi = \frac{10}{3} \pi$$

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

$$a_{tan} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\frac{10}{3} \pi - 0}{9 - 0} = -1,16 \text{ m/s}^2 = \text{lassul}$$

$$1,16 = \frac{v_2^2}{r}$$

$$v_2 = \sqrt{1,16 \cdot 20} = 4,82 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{4,82 - \frac{10}{3} \pi}{-1,16} = +4,87 \Rightarrow \text{(c)}$$



15. Egy 7 kg tömegű testet  $F = 20 \text{ N}$  erővel húzunk, egy a vízszintessel  $35^\circ$ -os szöget bezáró kötéllal. Mekkora a test gyorsulása, ha a test és a talaj közötti csúszó súrlódási együttható 0,15.

$$m = 7 \text{ kg}$$

$$F = 20 \text{ N}$$

$$\alpha = 35^\circ$$

$$\mu = 0,15$$

$$F = \mu \cdot m \cdot g = 0,15 \cdot 7 \cdot 10 = 10,5$$

$$F \cdot \cos \alpha = 20 \cdot \cos 35 = 16,38$$

$$T_u = F_u - F_{\text{csúsz}} = 16,38 - 10,5 = 5,88$$

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5,88}{7} = 0,84$$

=> (d)

16. 2 kg tömegű test 100 méterrel a Föld felszíne felett  $30 \text{ m/s}$  sebességgel közeledik a talajhoz. Földet érskor sebessége  $50 \text{ m/s}$ . Mekkora a közegellenállás munkavégzése?

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$h = 100 \text{ m}$$

$$v_1 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{50 - 30}{t} = \frac{20}{t}$$

$$s = v_1 t + \frac{a}{2} t^2 = 30t + \frac{20}{2t} t^2 = 30t + 10t$$

$$h = 30t + 10t$$

$$100 = 30t + 10t$$

$$t = \frac{100}{40} = 2,5$$

$$W = E_1 - E_2$$

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h =$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$W = E_1 - E_2 = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} m v^2$$

$$W_{\text{köz}} = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} m v^2$$

$$W_{\text{köz}} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 30^2 + 2 \cdot 10 \cdot 100 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 50^2$$

$$900 + 2000 - 2500 = 400 \text{ J}$$



17. Egy egyszerű inga 0,75 m hosszú fonalán 600 g tömegű ingatest lóg. Mekkora erő feszíti a fonalat akkor, amikor az ingatest 3,9 m/s sebességgel lendül át pályájának legalsó pontján?

$$m = 600 \text{ g} = 0,6 \text{ kg}$$

$$l = 0,75 \text{ m}$$

$$v = 3,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F = \frac{m \cdot v^2}{r} = F_c = F_k - m \cdot g$$

$$F_k = m \cdot \left( \frac{v^2}{r} + g \right) = 0,6 \cdot \left( \frac{3,9^2}{0,75} + 10 \right) = 18,17 \Rightarrow \textcircled{a}$$

$$\underline{F_k} = m \cdot \frac{v^2}{r} + m \cdot g = \underline{18,17} \Rightarrow \textcircled{a}$$

18. Egy gépkocsi 21 m/s-os egyenletes sebességgel egyenes úton halad. Abban a pillanatban, amikor egy parkoló motoros rendőr mellé ér, a rendőr 2,2 m/s<sup>2</sup> állandó gyorsulással üldözni kezdi. Mennyi utat tesz meg a rendőr, amíg utoléri a gépkocsit?

$$v_a = 21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_r = 2,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta = v \cdot t$$

$$s = \frac{a}{2} t^2$$

$$v \cdot t = \frac{a}{2} t^2$$

$$21t = 1,1t^2$$

$$0 = 1,1t^2 - 21t$$

$$t_1 = 19,1 \text{ s} \Rightarrow$$

$$t_2 = 0 \text{ s}$$

$$\Delta = v \cdot t$$

$$\Delta = 21 \cdot 19,1 = \underline{\underline{401,1 \text{ m}}}$$

ⓐ



19. Egy orgonasíp hangmagassága azonos a zongora 460 Hz frekvenciájú hangjával, ha a hangsebesség a levegőben 340 m/s. A hőmérséklet annyira megnő, hogy a hangsebesség 348 m/s - ra növekedik. Mekkora lebegési frekvencia lesz hallható, ha ezt a hangot mindkét hangszer egyszerre bocsátja ki? (Tegyük fel, hogy a zongora hangmagassága nem változott meg.)

$$f_1 = 460 \text{ Hz}$$

$$f = \frac{c_1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c_1}{f} = \frac{340}{460} = \frac{17}{23}$$

$$c_1 = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$c_2 = 348$$

$$f_2 = \frac{348}{\frac{17}{23}} = 470,82$$

$$f_2 = \text{lebeg} = ?$$

$$\text{lebegési} = f_2 - f_1 = 470,82 - 460 = \underline{10,82} \Rightarrow \textcircled{c}$$

20. Az 1,2m fonálhosszúságú fonálingát  $\varphi=30^\circ$  -os szöggel kitérítjük, majd a fonál végén levő golyót vízszintes irányban meglökjük úgy, hogy körpályán keringjen. Mekkora a keringési idő?

$$l = 1,2 \text{ m}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

$$\text{körpálya: } l \cdot \sin d$$

$$L \rightarrow a_{cp} = \omega^2 r$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$F_{cp} = m \cdot a = m \cdot \omega^2 r$$

$$F_k \cdot \sin d = \overset{F_{cp}}{\omega^2 r}$$

$$F_k \cdot \cos d = m \cdot g$$

$$F_{cp} = m \cdot g \cdot \text{tg} d$$

$$m \omega^2 r = m \cdot g \cdot \text{tg} d$$

$$m \cdot \omega^2 \cdot l \cdot \sin d = m \cdot g \cdot \text{tg} d$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l \cdot \cos d}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l \cdot \cos d}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{10}{\cos 30^\circ}}} = 1,85 \approx 2 \text{ s} \Rightarrow \textcircled{a}$$