3. Gyakorlat

A teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel, szorzási szabály

1. Először húzunk egy lapot egy 52 lapos franciakártya-pakliból. Ha ez *pikk*, egyszer, egyébként kétszer dobunk fel egy szabályos dobókockát. Mennyi a valószínűsége, hogy lesz hatos dobás?

2. Két urna közül az egyikben 5 zöld és 7 kék, a másikban 3 zöld és 8 kék golyó van. Az elsőből átrakunk kettőt a másodikba, majd a másodikból húzunk egyet. Mennyi az esélye, hogy az utoljára húzott golyó kék?

---

3. Feldobunk egy szabályos kockát, majd egy szabályos érmét annyiszor, amennyit a kocka mutat.
   a) Mennyi a valószínűsége, hogy egyszer sem dobunk fejet?
   b) Feltéve, hogy egyszer sem dobunk fejet, mennyi a valószínűsége, hogy a kockával 6-ost dobtunk?

4. Feldobunk két szabályos dobókockát és ha k darab hatos az eredmény, akkor k piros és $2-k$ sárga golyót teszünk egy (kezdetben üres) dobozba. Ezután kétszer húzunk visszatevéssel: mindkét húzásra piros golyót húzunk. Mit tippelnénk k értékére? Mekkora esélyünk van eltalálni?

5. Egy gépjárműveket biztosító társaság az ügyfeleit három osztályba sorolja: jó sofőr, átlagos sofőr, rossz sofőr. A társaság tapasztalata alapján a jó, átlagos és rossz sofőrök 0,05, 0,15, illetve 0,3 eséllyel lesznek baleset részesei egy év alatt. Hogyha az ügyfelek 20%-a jó sofőr, 50%-a átlagos sofőr és 30%-a rossz sofőr, akkor egy véletlenszerűen választott ügyfél milyen eséllyel lesz baleset részese a jövő év folyamán? Ha tudjuk, hogy egy adott ügyfélnek nem volt tavaly balesete, milyen valószínuséggel jó, átlagos illetve rossz sofőr?

6. Egy számítógépgyár három távol-keleti cégtől szerzi be ugyanazt az alaplapot: egy kínai, egy tajvani és egy koreai cégtől. A kínai beszállítótól az alaplapok 45%-át, melyek 0,5%-a hibás, a tajvani cégtől az alaplapok 30%-át, melyből minden századik hibás. A maradék alaplapokat a koreai cég gyártja 3,5%-os hibaaránnyal. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott alaplap hibátlan? Ha tudjuk, hogy egy alaplap hibátlan, akkor mekkora eséllyel koreai?

7. Egy vizsgakérdésben három lehetséges válaszból kell kiválasztani az egyetlen helyeset. Egy hipotetikus hallgató p valószínűséggel tudja a helyes választ, míg ha nem tudja tippel (egyenlő eséllyel választva a három válasz közül). Feltéve, hogy a hallgató helyesen válaszolt, mi a valószínűsége, hogy tudta is a választ? Mennyi ez a valószínűség $p = \frac{1}{4}$ esetén?

---

8. Egy urnában 3 piros, 5 fehér és 6 zöld golyó van. Kihúzunk közülük 3 golyót. Mennyi annak a valószínűsége, hogy elsőre pirosat, másodikra fehéret, harmadikra pedig zöldet húzunk, ha a kihúzott golyókat a) visszatesszük? b) nem tesszük vissza?

9. Egy matematikusnak 10 pár különböző színű zoknija van. Három egymás utáni napon is késve indul el otthonról, ami azt jelenti, hogy véletlenszerűen választ a (párosítatlan) zoknik közül. Mi a valószínűsége, hogy mindhárom napon sikerül azonos színű zoknikat vennie, feltéve, hogy mindig tisztát vesz fel, és a három nap alatt nem volt zoknimosás?

10. Egy rekeszben 15 teniszlabda van, melyek közül 9 még használatlan. Három játékhoz kiveszünk találomra három-három labdát, közben minden játék után visszarakjuk azokat a rekeszbe. (Nyilván ha volt köztük használatlan, az a játék során elveszti ezt a tulajdonságát.) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindhárom kivételhez egy új és 2 használt labda kerül a kezünkbe?

11. Egy lakótelepen csótányirtást végeztek. Az első vegykezelés még a csótányok 60%-át irtja ki, de utána a csótányok egyre inkább immunissá válnak, így másodszorra már csak 40%-uk, harmadszorra pedig csak 20%-uk pusztul el. Mennyi a valószínűsége, hogy egy megjelölt csótány
    a) átvészeli a teljes eljárást?
    b) az utolsó irtáskor pusztul el?
    c) túléli a kezelést, ha az első kezelés után még látták élve?