

Algoritmuselmélet vizsgazárthelyi  
2014. január 9.

1. Ismertesse a radix rendezés algoritmusát! Mennyi az algoritmus lépésszáma és miért? (Az algoritmus helyességét nem kell bizonyítani.)
  2. Írja le a legrövidebb utat az összes pontpárra megadó Floyd-algoritmust! Mennyi az algoritmus lépésszáma? (Indoklás nem kell.)
  3. Definiálja a 2-3 fát és sorolja fel a műveleteit. (A műveletek megvalósítására nem kell kitérni.) Milyen korlátok között lehet egy  $n$  elemet tároló 2-3 fa magassága és miért?
- 
4. Legyen  $f_1(1) = 100$  és  $f_1(n) \leq 3f_1(n-1) + n$  ha  $n > 1$ , továbbá legyen  $f_2(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + 2^{4n}$  (ha  $n \geq 1$ ). Következik-e, hogy  $f_1(n) = O(f_2(n))$ , és következik-e hogy  $f_2(n) = O(f_1(n))$ ?
  5. Legyen  $G = (V, E)$  egy egyszerű, összefüggő, irányítatlan gráf, melynek élei nem súlyozottak, de minden  $v \in V$  csúcsához tartozik egy pozitív egész  $f(v)$  érték. A  $G$  egy  $F$  feszítőfájának értékét úgy kapjuk, hogy minden  $v$  csúcsra megszorozzuk az  $f(v)$  értéket a  $v$ -re az  $F$  fában illeszkedő élek számával, és ezeket a szorzatokat összeadjuk.  
Hogyan lehet  $O(e \log n)$  lépésben megtalálni egy legkisebb értékű feszítőfát, ha a gráf éllistával adott?
  6. Legyen  $A$  az az eldöntési probléma, hogy adott  $m$  és  $k$  pozitív egész számokra teljesül-e, hogy  $m$ -nek van  $k$ -nál kisebb valódi osztója. Igazolja, hogy létezik  $A \prec MAXFTL$  Karp-redukció.
  7. Tekintsük a PARTÍCIÓ feladatnak azt a változatát, amikor a számok között csak 3 féle érték fordulhat elő (de ezek mindegyike akár többször is). P-beli vagy NP-teljes lesz így a probléma?
  8. Egy  $G$  egyszerű, irányítatlan gráfban minél több élet szeretnénk úgy kiválasztani, hogy a kiválasztott élek sehol ne alkossanak háromszöget. Fogalmazza meg ezt egészértékű programozási feladatként! (A feladatot nem kell megoldani, csak átfogalmazni!)