

(Minden feladat 10 pontot ér, indoklás nélküli eredményközlést nem fogadunk el, a dolgozat időtartama 90 perc.)

1. Konvergensek-e és ha igen, mi a határértékük? **a)** $\sqrt[n]{n^7 + n^2 + 11}$ **b)** $\left(\frac{n-2}{n+1}\right)^{n+3}$
 2. Létezik-e a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \ln(1 + x))}{x}$ határérték, és ha igen, mennyi az értéke?
 3. Hol vannak az $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{1}{e^{1/x} + 2}$ valós függvénynek szakadásai és ezek milyen szakadások?
 4. Mely intervallumokon monoton az $e^x \cdot (x+3)$ valós függvény és hol és milyen lokális szélsőértéke van?
 5. Hány zérushelye van a $3x^4 + 16x^3 + 24x^2 - 1$ függvénynek a valós számok halmazán?
 - 6.1. **a)** $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) = ?$ **b)** $\lim_{x \rightarrow \infty} x (e^{1/x} - 1) = ?$
 - 6.2. Igaz-e, hogy ha $(a_n \cdot b_n)$ konvergens és (a_n) is konvergens, akkor (b_n) is konvergens?
 - 6.3. Igaz-e tetszőleges $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ -re, hogy ha $\lim_{-\infty} f = -\infty$ és $\lim_{+\infty} f = +\infty$, akkor f -nek van zérushelye?
- iMSc.** Igaz-e tetszőleges $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ függvényre, hogy
- a) ha f differenciálható és f' korlátos, akkor $\exists L \geq 0 \forall x, y \in \mathbf{R} |f(x) - f(y)| \leq L \cdot |x - y|$?
 - b) ha $\exists L \geq 0 \forall x, y \in \mathbf{R} |f(x) - f(y)| \leq L \cdot |x - y|$, akkor f folytonos?