

NAGYPÉLDA (10 PONT) – A nagypéldára csak egész pontszám adható!

Az ábrán egy vasmagos toroidtekercs látható, amelynek tengelyében egy i_1 áramot vivő vezeték helyezkedik el (az elrendezés egy áramváltó modellje). A vasmag négyszög keresztmetszetű, méretei: $r_b = 3,5$ mm, $r_k = 12,5$ mm, $h = 10$ mm. A vas relatív permeabilitása $\mu_r = 2000$, a tekercs menetszáma $N = 50$.

a. Határozza meg a toroid öninduktívását! (2 p.)

A megoldás megtalálható a Bilicz-féle példatárban: 4.16 szerint számolva $L_2 = \underline{12,73 \text{ mH}}$, míg 4.15 szerint $L_2 \approx \underline{11,25 \text{ mH}}$ (2 p.)

b. Határozza meg az egyenes vezető és a toroidtekercs kölcsönös inductívását a megadott áramreferencia-irányok figyelembevételével! (2 p.)

$$\text{közelítéssel: } M \approx -\mu_0\mu_r \frac{Nh(r_k - r_b)}{2\pi R} = \underline{-225 \mu\text{H}}, \quad R = \frac{r_k + r_b}{2}$$

$$\text{vagy pontosan: } M = -\mu_0\mu_r \frac{Nh}{2\pi} \ln \frac{r_k}{r_b} = \underline{-254,6 \mu\text{H}}, \quad \text{megj: } M = -\frac{L_2}{N} \quad (2 \text{ p.})$$

c. Mekkora effektív értékű feszültség mérhető a tekercs *nyitott végein*, ha az egyenes vezető áramának időfüggvénye:

$$i_1(t) = \sqrt{2} \cdot 2,5 \text{ A} \cdot \cos(\omega t), \text{ amelyben } \omega = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz?} \quad (2 \text{ p.})$$

$$U_{2,\text{eff}} = \omega M I_{1,\text{eff}} = \underline{0,2 \text{ V}}, \quad (M \text{ fenti közelítésével } 0,177 \text{ V}) \quad (2 \text{ p.})$$

d. Mekkora effektív értékű áram folyik a tekercsben, ha annak kapcsait egy $R_2 = 1 \Omega$ -os ellenállással zárjuk le? A gerjesztés továbbra is a c. feladatban megadott $i_1(t)$ áram. (3 p.)

$$j\omega L_2 \bar{I}_2 - j\omega M \bar{I}_1 + R_2 \bar{I}_2 = 0, \quad \bar{I}_1 = \sqrt{2} \cdot 2,5 \text{ A} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\bar{I}_2 = \frac{j\omega M \bar{I}_1}{R_2 + j\omega L_2} = (66,6 + j16,6) \text{ mA} \quad (1 \text{ p.})$$

$$I_{2,\text{eff}} = |\bar{I}_2|/\sqrt{2} = \underline{48,5 \text{ mA}}, \quad (M \text{ és } L_2 \text{ közelítésével } 48,1 \text{ mA}) \quad (1 \text{ p.})$$

e. Mekkora a d. feladatban kiszámított tekercsáram relatív eltérése egy ideális, rövidre zárt áramváltó transzformátor szekunder áramához képest? (1 p.)

$$R_2 = 0 \text{ esetén } I_{2,\text{eff}} = I_{1,\text{eff}}/N = 50 \text{ mA}, \text{ az eltérés } \underline{-3\%} \quad (\text{ill. } -3,8\%) \quad (1 \text{ p.})$$

KISPÉLDÁK – 5 × 2 PONT – A kispéldákra csak 2 vagy 0 pont adható, kivéve ha a numerikusan helyes megoldás mértékegysége hibás vagy hiányzik: ekkor 1 pontot ér.

1. Egy adott térrészben az áramsűrűség-vektor eloszlása: $\vec{J}(x, y, z) = \vec{J}_1 = (3\vec{e}_x - 2\vec{e}_y + 1\vec{e}_z) \text{ A/m}^2$, ha $z < 0$, és $\vec{J}(x, y, z) = \vec{J}_2 = (6\vec{e}_x - 4\vec{e}_y + 3\vec{e}_z) \text{ A/m}^2$, ha $z > 0$. Mennyi töltés halmozódik fel 5 ms idő alatt a $z = 0$ sík 2 m^2 -es darabján? Megjegyzések: a vizsgált időtartam alatt az áramok nem változnak; a $z = 0$ sík mentén felületi áram nem folyik.

$$Q = -0,02 \text{ C}$$

2. Egy kondenzátor kapacitása $0,95 \mu\text{F}$, a fegyverzetek közötti homogén szigetelőanyag dielektromos állandója 10. A kondenzátor szivárgási ellenállása körülbelül $100 \text{ M}\Omega$. Milyen nagyságrendbe esik a szigetelőanyag fajlagos vezetőképessége?

$$\sigma \approx 10^n \frac{\text{S}}{\text{m}}, \quad n = -12$$

3. A levegőben két egyforma, igen hosszú, egyenes, 2 mm átmérőjű hengeres rézvezeték fut egymással párhuzamosan; tengelyeik távolsága 5 mm . Határozza meg a mágneses térerősség nagyságát az egyik vezeték tengelyében, ha mindkét vezetékben 3 A egyenáram folyik, de ellentétes irányban!

$$H = 95,5 \text{ A/m}$$

4. Két tekercs közös vasmagon helyezkedik el. Áramaik és fluxusaik rendre I_1, I_2 illetve ψ_1, ψ_2 . Két mérést végzünk:

– ha $I_1 = 1 \text{ A}$ és $I_2 = 0$, akkor $\psi_2 = 0,6 \text{ Wb}$;

– ha $I_1 = 0$ és $I_2 = 5 \text{ A}$, akkor $\psi_1 = 2 \text{ Wb}$.

A vasmag anyagának mely tulajdonságára következett ehhez a fentiekből? (A megfelelő válasz aláhúzendó.)

inhomogén / anizotrop / akauzális / nemlineáris

5. Két egyforma, egyenként 400 mH öninduktívású tekercs egymás közelében van, a kölcsönös inductívásuk 160 mH . Mekkora a mágneses mezőben tárolt energia, ha az egyik tekercs árama 4 A , a másiké 2 A ?

$$W = 5,28 \text{ J} \quad (\text{esetleg } 2,72 \text{ J})$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)

NAGYPÉLDA (10 PONT) – A nagypéldára csak egész pontszám adható!

Az ábrán egy vasmagos toroidtekercs látható, amelynek tengelyében egy i_1 áramot vivő vezeték helyezkedik el (az elrendezés egy áramváltó modellje). A vasmag négyszög keresztmetszetű, méretei: $r_b = 4$ mm, $r_k = 14,5$ mm, $h = 12$ mm. A vas relatív permeabilitása $\mu_r = 2500$, a tekercs menetszáma $N = 80$.

- a. Határozza meg a toroid öninduktívását! (2 p.)

A megoldás megtalálható a Bilicz-féle példatárban: 4.16 szerint számolva $L_2 = \underline{49,45 \text{ mH}}$, míg 4.15 szerint $L_2 \approx \underline{43,59 \text{ mH}}$ (2 p.)

- b. Határozza meg az egyenes vezető és a toroidtekercs kölcsönös inductívását a megadott áramreferencia-irányok figyelembevételével! (2 p.)

$$\text{közelítéssel: } M \approx \mu_0 \mu_r \frac{Nh(r_k - r_b)}{2\pi R} = \underline{544,9 \mu\text{H}}, \quad R = \frac{r_k + r_b}{2}$$

$$\text{vagy pontosan: } M = \mu_0 \mu_r \frac{Nh}{2\pi} \ln \frac{r_k}{r_b} = \underline{618,2 \mu\text{H}}, \quad \text{megj: } M = -\frac{L_2}{N} \quad (2 \text{ p.})$$

- c. Mekkora effektív értékű feszültség mérhető a tekercs *nyitott végein*, ha az egyenes vezető áramának időfüggvénye:

$$i_1(t) = \sqrt{2} \cdot 0,8 \text{ A} \cdot \cos(\omega t), \text{ amelyben } \omega = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz?} \quad (2 \text{ p.})$$

$$U_{2,\text{eff}} = \omega M I_{1,\text{eff}} = \underline{155,4 \text{ mV}}, \quad (M \text{ fenti közelítésével } 136,9 \text{ mV}) \quad (2 \text{ p.})$$

- d. Mekkora effektív értékű áram folyik a tekercsben, ha annak kapcsait egy $R_2 = 3 \Omega$ -os ellenállással zárjuk le? A gerjesztés továbbra is a c. feladatban megadott $i_1(t)$ áram. (3 p.)

$$j\omega L_2 \bar{I}_2 + j\omega M \bar{I}_1 + R_2 \bar{I}_2 = 0, \quad \bar{I}_1 = \sqrt{2} \cdot 0,8 \text{ A} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\bar{I}_2 = \frac{-j\omega M \bar{I}_1}{R_2 + j\omega L_2} = (-13,63 - j2,63) \text{ mA} \quad (1 \text{ p.})$$

$$I_{2,\text{eff}} = |\bar{I}_2|/\sqrt{2} = \underline{9,82 \text{ mA}}, \quad (M \text{ és } L_2 \text{ közelítésével } 9,77 \text{ mA}) \quad (1 \text{ p.})$$

- e. Mekkora a d. feladatban kiszámított tekercsáram relatív eltérése egy ideális, rövidre zárt áramváltó transzformátor szekunder áramához képest? (1 p.)

$$R_2 = 0 \text{ esetén } I_{2,\text{eff}} = I_{1,\text{eff}}/N = 10 \text{ mA}, \text{ az eltérés } \underline{-1,8\%} \quad (\text{ill. } -2,3\%) \quad (1 \text{ p.})$$

KISPÉLDÁK – 5 × 2 PONT – A kispéldákra csak 2 vagy 0 pont adható, kivéve ha a numerikusan helyes megoldás mértékegysége hibás vagy hiányzik: ekkor 1 pontot ér.

1. Egy kondenzátor kapacitása 1,1 nF, a fegyverzetek közötti homogén szigetelőanyag dielektromos állandója 10. A kondenzátor szivárgási ellenállása körülbelül $10^{10} \Omega$. Milyen nagyságrendbe esik a szigetelőanyag fajlagos vezetőképessége?

$$\sigma \approx 10^n \frac{\text{S}}{\text{m}}, \quad n = -11$$

2. Egy adott térrészben az áramsűrűség-vektor eloszlása: $\vec{J}(x, y, z) = \vec{J}_1 = (4\vec{e}_x + 3\vec{e}_y + 3\vec{e}_z) \text{ A/m}^2$, ha $z < 0$, és $\vec{J}(x, y, z) = \vec{J}_2 = (8\vec{e}_x + 6\vec{e}_y + 1\vec{e}_z) \text{ A/m}^2$, ha $z > 0$. Mennyi töltés halmozódik fel 2 ms idő alatt a $z = 0$ sík 1 m²-es darabján? Megjegyzések: a vizsgált időtartam alatt az áramok nem változnak; a $z = 0$ sík mentén felületi áram nem folyik.

$$Q = 4 \text{ mAs}$$

3. Két egyforma, egyenként 250 mH öninduktívású tekercs egymás közelében van, a kölcsönös inductívásuk 110 mH. Mekkora a mágneses mezőben tárolt energia, ha az egyik tekercs árama 2 A, a másiké 4 A?

$$W = 3,38 \text{ J} \quad (\text{esetleg } 1,62 \text{ J})$$

4. Két tekercs közös vasmagon helyezkedik el. Áramaik és fluxusaik rendre I_1, I_2 illetve ψ_1, ψ_2 . Két mérést végzünk:

– ha $I_1 = 1 \text{ A}$ és $I_2 = 0$, akkor $\psi_2 = 0,9 \text{ Wb}$;

– ha $I_1 = 0$ és $I_2 = 4 \text{ A}$, akkor $\psi_1 = 3 \text{ Wb}$.

A vasmag anyagának mely tulajdonságára következett elhetünk a fentiekből? (A megfelelő válasz aláhúzendő.)

nemlineáris / inhomogén / anizotrop / akauzális

5. A levegőben két egyforma, igen hosszú, egyenes, 1 mm átmérőjű hengeres rézvezeték fut egymással párhuzamosan; tengelyeik távolsága 4 mm. Határozza meg a mágneses indukció nagyságát az egyik vezeték tengelyében, ha mindkét vezetékben 0,5 A egyenáram folyik azonos irányban!

$$B = 25 \mu\text{T}$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)