

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

Gyak. kurzuskód:

--

<b>1.</b>	<b>2.</b>	<b>3.</b>	<b>4.</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>	$\Sigma$

**1. (nagyságrendek összehasonlítása, 20 pont)**

Konvergensek -e az alábbi sorozatok?

$$i) n \mapsto \frac{2^{n^2}}{(n!)^2}, \quad ii) n \mapsto \sqrt[n]{n!}, \quad iii) n \mapsto \frac{n^2 3^n}{\sqrt{n!}}.$$

**2. (egyszerű sorozat határérték, 10 pont)**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{4^n + 2^{n+1} + n^2} - \sqrt{4^n + 2^{n-1} - n} \right) = ?$$

**3. (paraméterek +  $(1 + \frac{1}{n})^n$  jellegű határérték, 15 pont)**Milyen  $a, b \in \mathbb{Z}$  esetén lesz konvergens a

$$b_n = \left( \frac{3n+2}{an+2} \right)^{bn+5}$$

képlettel megadott sorozat?

**4. (rekurziósan megadott sorozat, 20 pont)**

Vizsgáljuk meg monotonitását és konvergencia szempontjából az

$$a_{n+1} = a_n 3^{(a_n - 3 - \sqrt{3 + a_n})} \quad (n = 1, 2, \dots)$$

rekurziós relációval és  $a_1 = 5$  első taggal definiált sorozatot.

**5. (függvényhatárérték és folytonosság, 20 pont)**

Határozzuk meg az

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{x^2 - x - 6}$$

képlettel megadott  $f$  függvény határértékét minden  $x_0$  valós pontban!

**6. (szingularitások vizsgálata, 15 pont)**

Hol és milyen szingularitása van az

$$f(x) = \frac{x^4 - 3x^3}{|2x^2 - 6x|}$$

képlettel megadott  $f$  függvénynek?