

Algoritmusok és gráfok - Vizsga
2020. január 22.

A válaszokat indokolni kell, de a feladatokban szereplő tanult algoritmusokat nem kell részletesen leírni, elég csak azokat a részeket kifejtetni, amelyek az indokláshoz szükségesek.

1. Az alábbi függvények közül pontosan egyre igaz, hogy $O(n^2)$ -es. Válassza ki ezt a függvényt és lássa be megfelelő c konstans és n_0 küszöbérték megadásával, hogy $O(n^2)$ -es.

$$\log(n^2) + \frac{n(n-1)(n-2)}{2010} \qquad 2020n \log n + \frac{2^n \cdot n(n-1)}{3^n} \qquad 20n^2(\log n)^2 - 8$$

2. A Prim algoritmus lényegi része egy amíg-ciklus, mely két részlet (a két üresen hagyott téglalap) kivételével így néz ki:

```

ciklus amíg van olyan csúcs, ahol legolcsóbb[v] nem *:
    v* := az a csúcs, ahol legolcsóbb[v] minimális
    v* LEFEDVE-be megy
    legolcsóbb[v*] := *
    (közeli[v*], v*) F-be kerül
    ciklus w = 1-től n-ig:
        ha A[v*,w] nem végtelen és legolcsóbb[w] nem *:
            ha c(v*, w) < legolcsóbb[w]:
                legolcsóbb[w] := 
                közeli[w] := 
    ciklus vége
ciklus vége
    
```

- (a) Mit tárol $legolcsóbb[w]$ egy w csúcs esetén?
 (b) Mit tárol $közeli[w]$ egy w csúcs esetén?
 (c) Egészítse ki a kódot a két üres téglalap kitöltésével és magyarázza el röviden (2-3 mondatban), hogy miért így kell a két hiányzó értéket meghatározni.
3. Egy kezdetben üres, 11 méretű hash táblába nyílt címzéssel, lineáris próbával szűrtünk be hét egész számot, a használt hash függvény a $h(K) = K$ maradéka 11-gyel osztva függvény volt. A beszúrások után egy számot kitöröltünk a táblából, a törölt elem helyét * jelzi, az eljárás végén az alábbi táblát kaptuk:

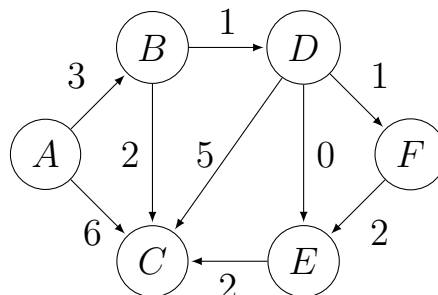
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		14	3		5	17	*	8	20	

(a) Szúrja be ebbe a táblába a 31-et, majd törölje ki a 17-et. Adja meg a tábla állapotát mindkét művelet után és mindkét esetben jelezze, hogy melyik cellákat érintettük.

(b) Mely cellákat érintjük a 19 keresése során az (a) rész végén kapott táblában?

4. Az alábbi gráfon futtatjuk Dijkstra algoritmusát az A csúcsból, az A és B csúcsok KÉSZ-be kerülése után a d tömb így néz ki:

A	B	C	D	E	F
*	*	5	4	∞	∞



(a) Magyarázza el röviden, hogy $d(F)$ miért végtelen és $d(D)$ miért 4.

(b) Melyik csúcs kerül a következő lépésben a KÉSZ halmazba és miért?

(c) Hogyan néz ki a d tömb az új csúcs KÉSZ-be kerülése miatti módosítások után és miért?

5. Az $5, 2, x, 10$ tömb összefésüléses rendezése során 4 összehasonlítás történik. Adja meg x összes lehetséges értékét, ha tudjuk, hogy x olyan egész szám, ami máshol nem szerepel a tömbben. Válaszát indokolja is.
6. Egy G irányított, élsúlyozott gráfban az a, b, c, d, e sorrend topologikus sorrend. Ezen topologikus sorrendet használva a tanult algoritmust futtatjuk az a -tól vett legrövidebb utak hosszának meghatározására. Az a, b, c, d csúcsokra ezeket a távolságokat kaptuk: $távolság[a] = 0$, $távolság[b] = 2$, $távolság[c] = -7$, $távolság[d] = 5$.
- (a) Miért biztos, hogy van a gráfban ab él? Mi ennek a súlya és miért?
- (b) Ha van a gráfban cd él, akkor mi lehet ennek a súlya és miért?
7. Szomszédossági mátrixával adott egy n csúcsú, irányítatlan G gráf. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e a gráfban olyan másodfokú csúcs, aminek a két szomszédja között van él a gráfban.
8. Szomszédossági mátrixával adott egy n csúcsú, irányított G gráf és benne egy kijelölt (u, v) irányított él. Szeretnénk megtalálni a legkevesebb élből álló, az (u, v) élen átmenő irányított kört a gráfban.

Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha $O(n^2)$ lépésben meg akarjuk oldani ezt a feladatot?