

Villamosmérnök alapszak Fizika2 3. vizsga dolgozat, 2018. jún. 13.	1.	2.	3.	4.	M	E1	E2	E3	E4.	E5	B	Összes
iMSc pontok*	i	i	i	i	---	---	---	---	---	---		i

*A fizika2 vizsgán összesen 10 iMSc pont gyűjthető az 1. - 4. számú számítási feladatok iMSc-vel jelölt feladatrészeinek fakultatív megoldásával. Ezen feladatrészek kiértékelését csak akkor végezzük el, ha a hallgató a vizsgán legalább 85%-os eredményt ért el. Az iMSc pontok a vizsgán gyűjtött pontszámhoz nem adódnak hozzá. A gyűjtött iMSc pontok a hallgatót a BME-VIK által meghatározott kedvezményekre jogosíthatják.

NÉV: _____

Neptun kód: _____

Előadó: Márkus / Sarkadi

1. Adott egy R sugarú fémgömb elektróda, melyet Q töltéssel látunk el.

a) Adja meg az elektromos tér nagyságát az elektróda középpontjától mért r távolság függvényében, ha feltételezzük, hogy az elektródát vákuum veszi körül (1)



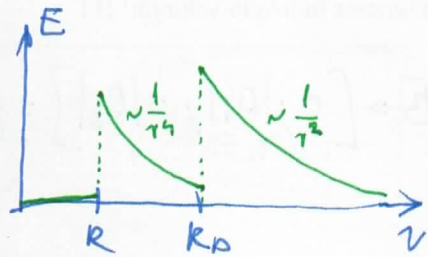
$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

b) Az elektródát koncentrikusan körülvevő egy R_D sugarú dielektrikummal. A dielektrikum INHOMOGÉN, relatív dielektromos állandóját az alábbi összefüggés adja meg a gömb középpontjától mért r távolság függvényében: $\epsilon_r = \alpha r^2$ ahol α egy konstans. Határozza meg az elektromos térerősség helyfüggését a dielektrikumon belül! (1) Ábrázolja az elektromos térerősséget r függvényében a dielektrikumon belül és kívül. (1)



$$E' = \frac{E}{\epsilon_r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{1}{\alpha \cdot r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \alpha \cdot r^4}$$

$R < r < R_D$



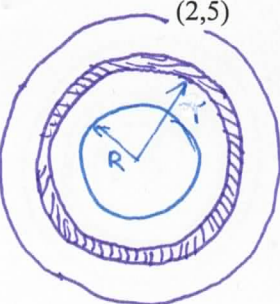
c) Mekkora a potenciálkülönbség a fémfelület, valamint a dielektrikum külső felülete között? (1)

$$U = -\int_{R_D}^R \vec{E} \cdot d\vec{h} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \alpha} \int_{R_D}^R \frac{1}{r^4} dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \alpha} \left[-\frac{1}{3r^3} \right]_{R_D}^R = \frac{Q}{12\pi\epsilon_0 \alpha} \left(\frac{1}{R^3} - \frac{1}{R_D^3} \right)$$

d) Mekkora a válasszuk a dielektrikum külső sugarát, ha azt szeretnénk elérni, hogy a dielektrikum külső felülete U_0 potenciálon legyen a földhöz (végtelen távoli tárgyakhoz) képest? (1)

$$U_0 = -\int_0^{R_D} \vec{E} \cdot d\vec{h} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{R_D} \frac{1}{r^2} dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_0^{R_D} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_D} \Rightarrow R_D = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 U_0}$$

iMSc) Határozza meg a dielektrikumban indukált töltések töltéssűrűség eloszlását r függvényében! (2,5)



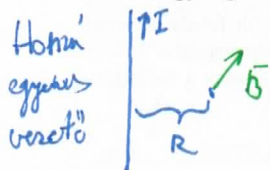
$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \Rightarrow 4\pi(r+dr)^2 E'_{(r+dr)} = \frac{Q(r+dr)}{\epsilon_0}; \quad 4\pi r^2 E'_{(r)} = \frac{Q(r)}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow 4\pi\epsilon_0 \left((r+dr)^2 E'_{(r+dr)} - r^2 E'_{(r)} \right) = Q(r+dr) - Q(r) = dQ = 4\pi r^2 dr \rho_{(r)}$$

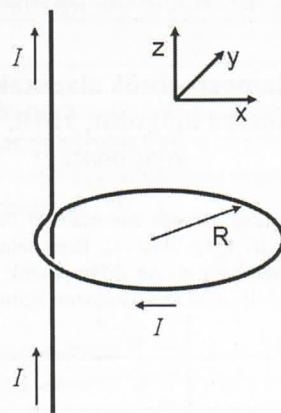
$$\Rightarrow \rho_{(r)} = \epsilon_0 \cdot \frac{1}{r^2} \frac{(r+dr)^2 E'_{(r+dr)} - r^2 E'_{(r)}}{dr} = \epsilon_0 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} (r^2 E') = \epsilon_0 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} \left(r^2 \cdot \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \alpha \cdot r^4} \right)$$

$$\rho_{(r)} = \frac{Q}{4\pi\alpha} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r^2} \right) = \frac{Q}{4\pi\alpha} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \left(-\frac{2}{r^3} \right) = -\frac{Q}{2\pi\alpha r^5}$$

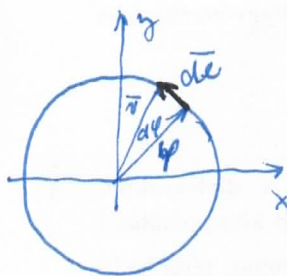
2. Az ábra szerinti áramjárta vezető egyenes szakaszai a z tengellyel párhuzamosak, és igen hosszúak. Az R sugarú hurok az xy síkkal párhuzamos.
 a) Határozza meg a hosszú egyenes vezetőszakaszok által keltett B_1 mágneses indukció nagyságát a hurok középpontjában! (1)



$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \text{irány: } \hat{j}$$



b) Határozza meg a hurok által keltett B_2 mágneses indukció nagyságát a hurok középpontjában! (1,5)



$$|d\vec{l}| = R \cdot d\phi \quad |\vec{r}| = R \quad \vec{r} \perp d\vec{l}$$

$$d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \Rightarrow |dB_2| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R \cdot d\phi \cdot R}{R^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot d\phi$$

$$|B_2| = \int dB_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cdot 2\pi = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad \text{irány: } -\hat{z}$$

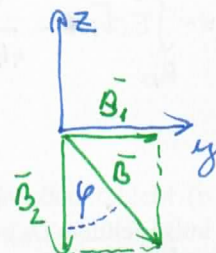
c) Adja meg KOORDINÁTÁS ALAKBAN a teljes vezető elrendezés által a hurok középpontjában keltett mágneses indukció vektorát! (1)

$$\vec{B} = [0; |B_1|; -|B_2|] = \left[0, \frac{\mu_0 I}{2\pi R}, -\frac{\mu_0 I}{2R} \right]$$

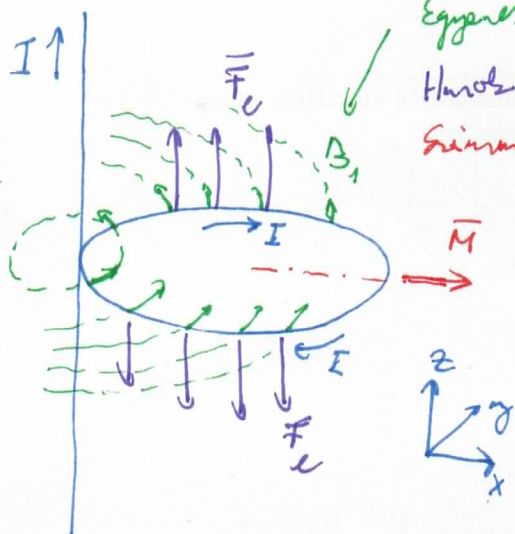
d) Mekkora a c) feladatban kiszámított mágneses indukció nagysága? (0,5) Mekkora szöget zár be a z tengellyel? (1)

$$|\vec{B}| = \sqrt{0^2 + \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 I}{2R}\right)^2} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sqrt{\frac{1}{\pi^2} + 1}$$

$$\tan \varphi = \frac{|B_1|}{|B_2|} = \frac{\frac{\mu_0 I}{2\pi R}}{\frac{\mu_0 I}{2R}} = \frac{1}{\pi} \quad \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\pi}\right)$$



IMSC) Adja meg koordinátás alakban a hurokra ható forgatónyomaték vektor irányába mutató egységvektort! (2,5)



Egyenes vezető tere az xy síkban van.
 Hurokra ható Lorentz-erő párhuzamos \hat{z} -vel
 Szimmetria megfontolásból alapján $\vec{M} \parallel \hat{x}$

$$\Rightarrow \frac{\vec{M}}{|\vec{M}|} = [1, 0, 0]$$

3. Egy lézer λ hullámhosszúságú, Δt ideig tartó, W energiájú impulzusokat bocsát ki. A forgásszimmetrikus nyaláb d átmérőjű.

a) Mekkora a lézerimpulzusok térbeli hossza, mekkora az impulzus teljesítménye, és az intenzitása? (Feltételezzük, hogy a nyaláb intenzitás-eloszlása homogén) (1,5)

$$l = c \cdot \Delta t \quad P = \frac{W}{\Delta t} \quad I = \frac{P}{A} = \frac{\frac{W}{\Delta t}}{\frac{d^2}{4} \pi} = \frac{4W}{\Delta t \cdot d^2 \pi}$$

b) Mekkora az impulzusban az átlagos, illetve a maximális teljesítménysűrűség? (1)

$$W_{\text{átl}} = \frac{W}{l} = \frac{W}{c \cdot \Delta t} = \frac{W}{c \cdot \Delta t \cdot \frac{d^2}{4} \pi} = \frac{4W}{c \cdot \Delta t \cdot d^2 \pi} \quad W_{\text{max}} = 2W_{\text{átl}} = \frac{8W}{c \cdot \Delta t \cdot d^2 \pi}$$

c) Mekkora az elektromágneses hullám elektromos komponensének amplitúdója? (1) Mekkora a mágneses indukció amplitúdója? (0,5)

$$W_{\text{max}} = W_E + W_B = 2W_E = 2 \cdot \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot E_0^2 = \epsilon_0 E_0^2 \Rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{W_{\text{max}}}{\epsilon_0}}$$

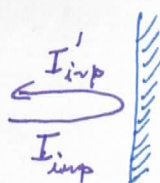
$$E_0 = \sqrt{\frac{8W}{c \cdot \Delta t \cdot d^2 \pi \epsilon_0}}$$

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \sqrt{\frac{8W}{c^3 \Delta t \cdot d^2 \pi \epsilon_0}}$$

d) Hány foton van egy impulzusban? (1)

$$E_{\text{foton}} = h \cdot f = \frac{hc}{\lambda} \quad n = \frac{W}{E_{\text{foton}}} = \frac{W \lambda}{hc}$$

IMSC) A lézerimpulzus merőlegesen visszaverődik egy m tömegű tükörről. Mekkora sebességre képes felgyorsulni a tükör a kölcsönhatás következtében? (2,5)



Impulzusmegmaradás:

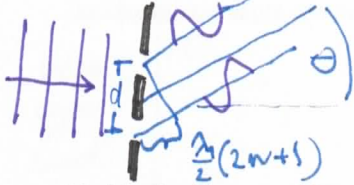
$$I_{\text{imp}} + I_{\text{tükör}} = I'_{\text{imp}} + I'_{\text{tükör}}$$

$$m \cdot \frac{h}{\lambda} + 0 = -m \frac{h}{\lambda} + m v$$

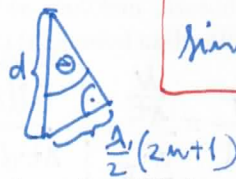
$$\Rightarrow v = \frac{2m h}{\lambda \cdot m} = \frac{2h}{\lambda m} \cdot \frac{W \lambda}{hc} = \frac{2W}{m c}$$

4. Kétréses interferencia kísérletet hajtunk végre λ_1 hullámhosszúságú fényvel. A rések távolsága d .

a) Az optikai tengellyel milyen szöget zárnak be azok a terjedési irányok, amely irányokban teljesen kioltják egymást a résen áthaladó hullámok? (1)



$$\frac{\lambda}{2}(2n+1) \quad n \in \mathbb{Z}$$



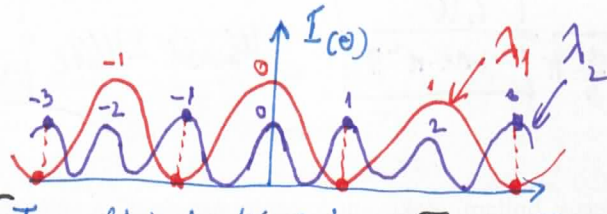
$$\sin \theta_n = \frac{\lambda_1}{2d}(2n+1)$$

b) Maximálisan mekkora lehet annak a fénynek a λ_2 hullámhossza, amely a kettős résen áthaladva maximális erősítést ad minden olyan irányban, ahol a λ_1 hullámhosszúságú fény esetén kioltást tapasztaltunk? (1) Vázlatosan ábrázolja a két hullám elhajlásának szög szerinti intenzitás eloszlását! (1)

$$\theta_{max1} \approx \frac{\lambda_1}{d} \cdot n$$

$$\theta_{max2} \approx \frac{\lambda_2}{d} \cdot n$$

$$(\sin \theta \approx \theta)$$



$$\theta_{max2} = \frac{\theta_{max1}}{2} = \frac{\lambda_1}{2d} n$$

$$\frac{\lambda_2}{d} n = \frac{\lambda_1}{2d} n$$

[I_1 rendjének távolsága 2x akkora, mint I_2 -nek.] *

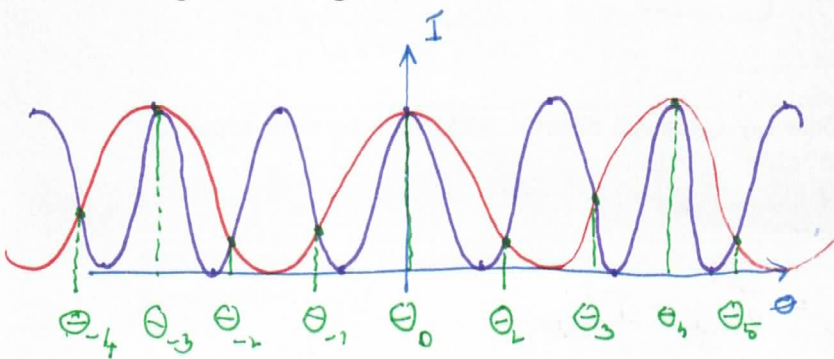
$$\Rightarrow \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}$$

c) Mekkora intenzitásúnak mérjük a λ_2 hullámhosszúságú fényt azokban az irányokban, ahol a λ_1 hullámhosszúságú fény maximumait találtuk? (1)

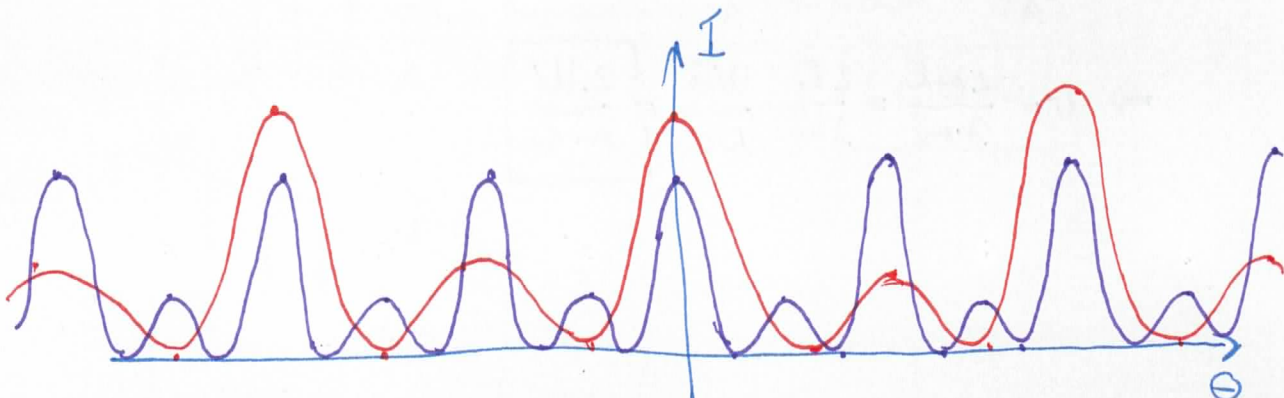


* miatt I_1 maximumhelyeinél I_2 -nek is maximumhelyei vannak.

d) Feltételezzük, hogy a két eltérő hullámhosszúságú fény távolféri elhajlásának nulladrendjei azonos intenzitásúak. Ábrázolja két hullám elhajlásának szög szerinti intenzitás-eloszlását, és a diagramon jelölje meg azokat a szögeket, ahol a két hullám intenzitása azonos! (1)



IMSC) Vázlatosan ábrázolja a két hullám elhajlási képét, ha a kísérletet 3 réssel végezzük el! (2,5)



Kiegészítendő mondatok

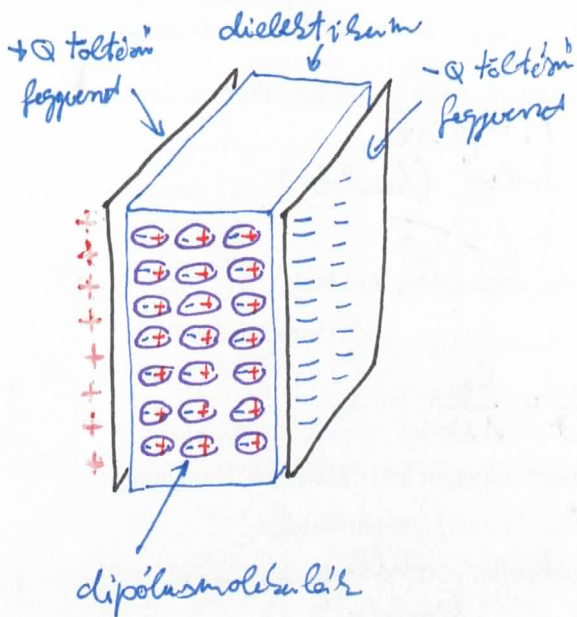
Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Egy üreges, valamint egy tömör fémgömböt egyaránt Q töltéssel látunk el. A tömör fémgömb által keltett elektromos tér *ugyanakkora*, mint az üreges gömb által keltett tér.
2. Feszültségforrásra kapcsolt síkkondenzátor lemezei közt mérhető távolságot megduplázzuk. A kondenzátor töltése *1/2*-szeresére változik.
3. Konvencionális jelölési rendszert alkalmazva az elektromos térbe helyezett dipólra ható forgatónyomaték meghatározására alkalmas összefüggés: $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$
4. Hengerkondenzátorban a legnagyobb térerősség a *belső (kisebbs)* henger felületén mérhető.
5. $A(z)$ *mágneses* erővonalak mindig önmagukba záródnak.
6. Az elektrosztatikus tér *konzervatív* , ezért értelmezhető az elektromos potenciál fogalma.
7. A mágneses indukció SI mértékegysége: $\frac{Vs}{m^2} = \frac{J}{Am^2} = \frac{kg}{As^2}$
8. A mágneses adattárolókban adatrögzítőnek olyan ferromágneses anyagot kell választani, amelynek a külső mágneses tér kikapcsolása után nagy a *remanens* mágnesessége.
9. A paramágneses anyagok mágneses szuszceptibilitása nagyobb, mint *nulla*
10. A diamágneses anyagok inhomogén mágneses térben a *kisebbs* mágneses tér irányába mozdulnak el.
11. Az elektromágneses hullámban oszcilláló térerősség vektorok merőlegesek a terjedési irányra, tehát az elektromágneses hullám *transverzális* hullám.
12. Egy fényforrás fényét félig áteresztő tükörrel két egymásra merőlegesen terjedő hullámra bontjuk, majd tükrök segítségével újra egyesítjük a hullámokat. Az így kapott eszköz neve *Michelson*-interferométer.
13. A Bohr-féle atommodell figyelmen kívül hagyja, hogy a gyorsuló töltések *energiát sugároznak ki*
14. Adott anyagú fémelektrodát piros fényel megvilágítva nem tapasztalunk fotoeffektust. A piros fény fotonjainak energiája kisebb, mint a fém *külépési munkája*
15. Az anyaghullámok térbeli és időbeli változását leíró hullámfüggvényt a *Schrödinger - egyenlet* megoldása adja meg.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázaltszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Ábra segítségével értelmezze, mi történik a síkkondenzátor lemezei közé helyezett dielektrikum mikroszkopikus szerkezetével. Az ábra részeit, a dielektrikumon végbemenő jelenséget nevezze meg! (1) A kondenzátor töltését állandónak feltételezve nő, vagy csökken-e a lemezek közötti tér (0,5), a kondenzátor feszültsége (0,5) a kondenzátor kapacitása (0,5), a kondenzátor energiája (0,5), ha a kondenzátort dielektrikummal töltjük ki.

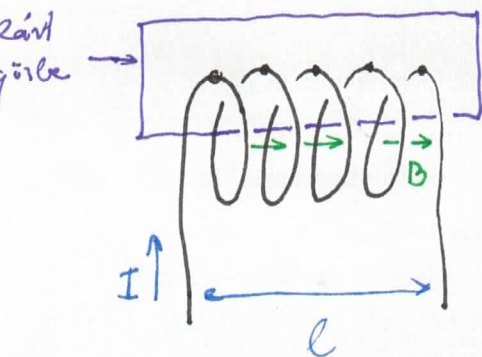


- a dielektrikum polarizálódik
- az elektrikus tér csökken
- a kondenzátor feszültsége csökken
- ⇒ a kapacitás nő
- a kondenzátor energiája csökken

2. Írja fel az Ampère-féle gerjesztési törvényt matematikai alakban (0,5), valamint fogalmazza meg egy mondatban! (0,5) Levezetéssel mutassa meg, hogyan alkalmazható a törvény egy szolenoid tekercs terének meghatározására! (1) Milyen feltételezéseket tettünk a levezetés során a tekercs terére vonatkozóan? (1)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$$

A mágneses indukció zárt görbére vett integrálja megegyezik a zárt görbe által határolt felületen átfolyó áram μ_0 -szorosával.



Közelítések:

- I.: A mágneses indukció a tekercsen kívül nulla
- II.: A mágneses indukció a tekercsen belül homogén, tengelyirányú

A zárt görbe által határolt felületen átfolyó áram: $= NI$, ahol N a tekercs menetszáma

$$\mu_0 NI = \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_{\text{kívül}} \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_{\text{belső}} \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0 + \int_{\text{belső}} |\vec{B}| |d\vec{r}| = |\vec{B}| \int_{\text{belső}} dl = |\vec{B}| \cdot l \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 NI}{l}}$$

Mivel $\vec{B} \parallel d\vec{r}$ Mivel \vec{B} homogén Görbe kerek a tekercsen belül

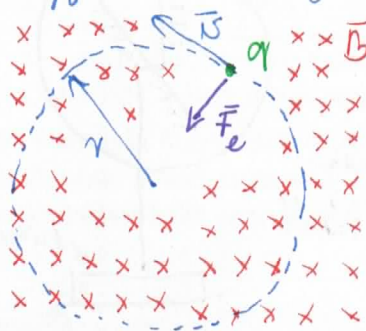
3. Definiálja a Lorentz-erőt matematikai összefüggés felírásával, nevezze meg a fizikai mennyiségeket! (1) Mi a feltétele annak, hogy egy töltött részecske körpályára álljon a Lorentz-erő hatására? (0,5) Egy töltött részecske mozgásegyenletéből kiindulva határozza meg egy q töltésű, v sebességű, B mágneses térben mozgó részecske körpályájának sugarát, keringési idejét! (1,5)

$$\vec{F}_{\text{Lor}} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \left[\text{vagy} \quad \vec{F}_{\text{Lor}} = q(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}) \right]$$

q : töltés nagysága
 \vec{v} : töltés sebessége
 \vec{B} : mágneses indukció
 \vec{E} : elektrikus térerősség

Körmozgás feltétele:

- legyen $\vec{B} \perp \vec{v}$
- legyen \vec{B} homogén

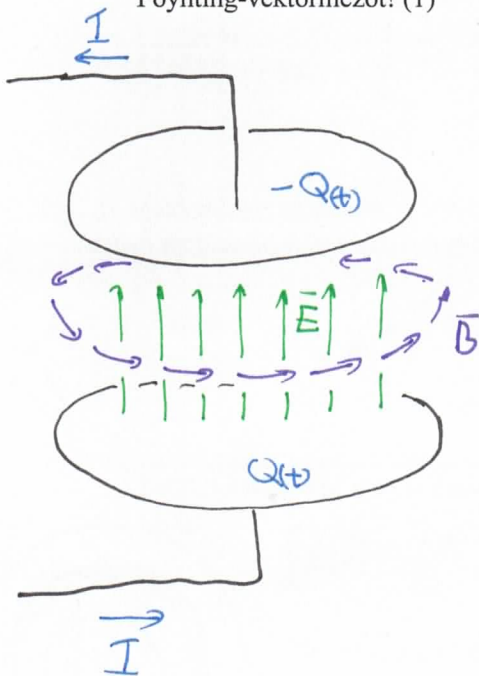


$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_L = m\vec{a}_{cp} \Rightarrow qvB = m\frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

$$T = \frac{\text{kerület}}{v} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot \frac{mv}{qB}}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

4. Vázlatosan rajzoljon fel egy töltődő síkkondenzátort, és rajolja fel a lemezek között kialakuló elektromos térerősség és mágneses indukció vektorokat! (1) Írja fel matematikai alakban azt a fizikai törvényt, amely magyarázatot ad a lemezek közötti mágneses tér jelenlétére, és definiálja azt a fizikai mennyiséget, fogalmat, amely a lemezek közötti mágneses teret létrehozza. (1) Definiálja a Poynting-vektort matematikai összefüggés segítségével, és új ábrán szemléltesse a töltődő kondenzátor fegyverzetei közt kialakuló Poynting-vektormezőt! (1)



Ampère-Maxwell törvény:

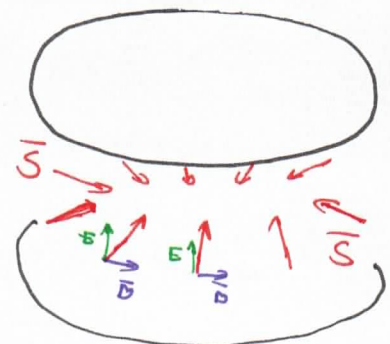
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0(I + I_{\text{elt}})$$

Eltolódási áram:

$$I_{\text{elt}} = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Poynting-vektor:

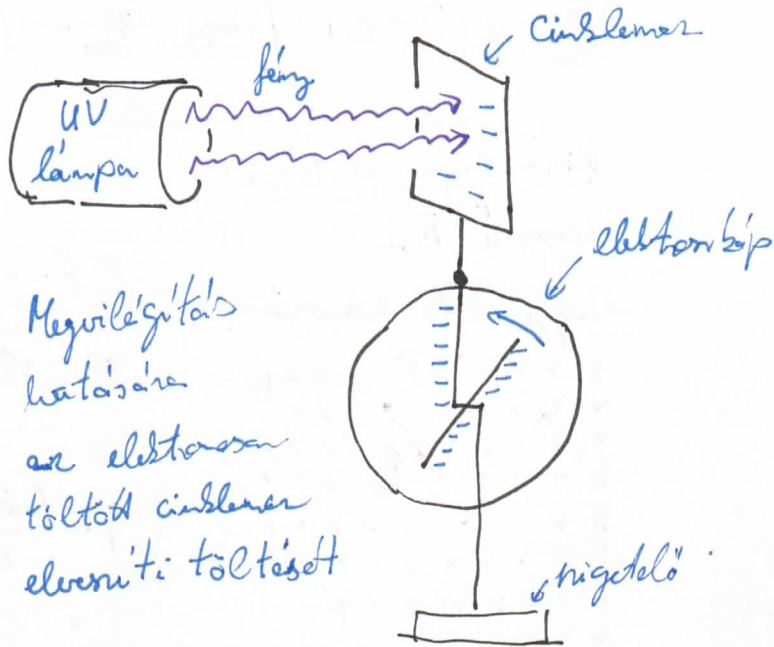
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$



5. Definiálja a foton energiáját matematikai összefüggés segítségével, nevezze meg a fizikai mennyiségeket! (0,5) Rajzoljon fel kísérleti elrendezést, amely segítségével a fotoeffektus jelensége jól szemléltethető! Nevezze meg az ábra részeit! (1) Írja fel a fotoeffektus energiamérlegét kifejező egyenletet, nevezze meg a fizikai mennyiségeket! (1). Milyen gyakorlati alkalmazásai vannak a fotoeffektusnak? (0,5)

$$E_{\text{foton}} = h \cdot f$$

↑ foton energiája
 ↑ Planck-állandó
 ↑ frekvencia



$$h \cdot f = W_{ki} + E_{kin}$$

↑ beérkező foton energiája
 ↑ elektron kilépési munkája
 ↑ fémből kilépő elektron kinetikus energiája

Alkalmazások: fotocella, napcella