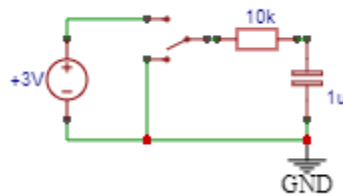


Elektronika alapjai 2. gyakorlat

A gyakorlaton megoldott feladatok

1. Feladat

Adja meg az ábrán látható RC késleltető hálózat feszültségének és áramának időfüggését, ha $t=0$ időpontban a bemenetre egy 3V-os egyenfeszültséget kapcsolunk. Ugyanígy számítsa ki a kikapcsolás időfüggvényét!



Mindkét esetben a Kirchhoff áramtörvényből eredő egyenletet kell megoldani, azaz, hogy a kapacitás és az ellenállás árama megegyezik. Mivel a kapacitás árama a rajta lévő feszültség megváltozásától függ, ez az egyenlet egy differenciál-egyenlet lesz. Az ellenállás feszültsége a bemeneti feszültség és a kondenzátor feszültségének különbsége lesz, így az egyenlet, amit meg kell oldani:

$$C \frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{V_0 - V_C(t)}{R}$$

bekapcsolásra a kezdeti feltételek:

$$V_0 = 3V, V_C(t = 0) = 0V$$

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk róla, hogy a helyes megoldás:

$$V_C(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Ahol $\tau = RC$ az **időállandó**.

A bekapcsolás időfüggvénye tehát:

$$V_C(t) = 3 \left(1 - e^{-\frac{t}{10ms}} \right)$$

Az áram pedig:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = 0,3e^{-\frac{t}{10ms}} \text{ mA}$$

Ez egybevág a gyakorlati tapasztalatokkal. Feltöltéskor a kondenzátor árama nagy, a tápfeszültség és az ellenállás által meghatározott érték. Ahogy töltődik fel a kapacitás, úgy csökken az áram. Egyensúlyban a kapacitás feszültsége megegyezik a bemeneti feszültséggel és áram nem folyik.

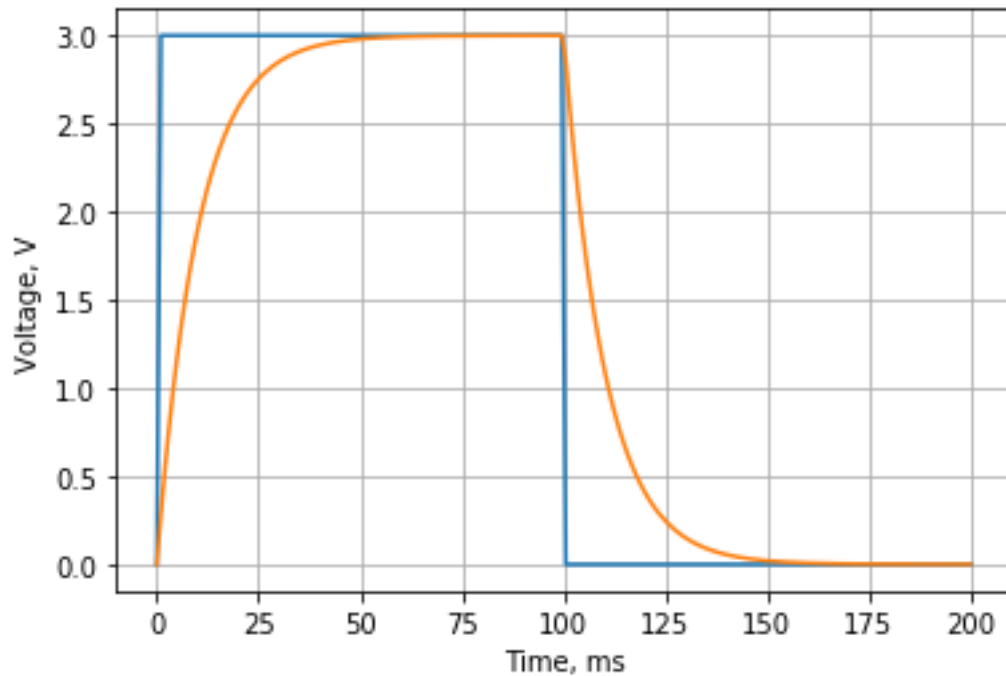
Kikapcsolásra a kezdeti feltételek:

$$V_0 = 0V, V_C(t = 0) = 3V$$

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy a helyes megoldás

$$V_C(t) = V_C(0)e^{-\frac{t}{\tau}} = 3e^{-\frac{t}{10ms}}$$

Az áram időfüggvénye megegyezik a bekapcsolásával, de ellentétes irányú.



2. Feladat

Mekkora lesz egy állandósult állapottól történő eltérés egy τ időállandóval rendelkező rendszer esetén pontosan τ illetve 5τ idő múlva?

Akár bekapcsolást, akár kikapcsolást nézünk, az eltérés az egyensúlyi helyzettől (abszolút értékben)

$$\Delta V = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Ha az eltérést százalékban szeretnénk kifejezni:

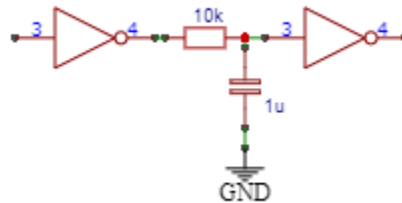
$$\frac{\Delta V}{V_0} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Azaz egy időállandó elteltével az eltérés az egyensúlyi értéktől 37%, azaz a változás 63%-a egy időállandó alatt lezajlik, öt időállandó múlva pedig már 1%-nál kisebb, gyakorlatilag egyensúlyi helyzetnek tekinthető.

Az előző példa adataival pl. $5 \times 10ms$, azaz 50ms után a rendszer stabilnak tekinthető.

3. Feladat

Tekintsük egy digitális logikai kaput, amelynek a kimenetére az 5. példa késleltető áramkörét kötjük. Hány ms-os késleltetést okoz az áramkör, ha a komparálási feszültség a tápfeszültség fele?



Mivel a komparálási feszültség a tápfeszültség fele, mindegy, hogy melyik egyenletből számítunk. Pl. a kikapcsolás egyenletéből (V_{DD} a tápfeszültség)

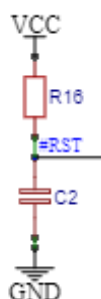
$$\frac{V_{DD}}{2} = V_{DD} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$t = \tau \ln 2 = 6,9ms$$

Ahol különböző feszültségű vezetők vannak szigetelővel elválasztva, mint pl. egy áramkör felszínén, ott szükségszerűen kialakul egy kapacitás. A vezető ellenállása pedig nem 0, azaz ez egy RC hálózat, ami késleltetést fog okozni... Valójában ez a logika kapuk közötti összeköttetés legegyszerűbb modellje.

4. Feladat

Egy RC hálózat segítségével készítünk bekapcsoláskori (Power on reset) áramkört. Mekkora legyen az ellenállás és a kondenzátor, hogy a 3,3V-os tápfeszültség ráadása után 100ms-ig még logikai alacsony szinten maradjon? A komparálási feszültség a tápfeszültség fele.



A bekapcsolás időfüggvénye:

$$V(t) = V_{CC} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

tehát a

$$\frac{V_{CC}}{2} = V_{CC} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

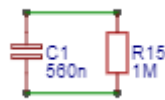
egyenletet kell megoldani. Látható, hogy független lesz a tápfeszültségtől. Ebből az időállandó kiszámítható:

$$\tau = \frac{t}{\ln 2} = \frac{100ms}{\ln 2} = 144ms$$

Legyen tehát az ellenállás pl. 220kΩ, a kondenzátor pedig 680nF, ezek szabványos értékek, egy picit túlméreteztük.

5. Feladat

Egy retrofit LED "villanykörte" kapcsolásában az 560nF kondenzátorral párhuzamosan kötnek egy 1MΩ-os ellenállást, hogy az esetlegesen csúcsfeszültségre feltöltött kondenzátor töltése kicsavarás után eltűnjön. Legrosszabb esetben mennyi idő alatt csökken a feszültség a veszélytelennek ítélt 48V-ra?



Legrosszabb esetben a kondenzátor a 230V-os feszültség csúcserékére, azaz

$$V_{MAX} = 230 \cdot \sqrt{2} = 325V\text{-ra van feltöltve, az időállandó pedig: } \tau = RC = 1M\Omega \cdot 560nF = 0,56s$$

Az ellenálláson történő kisütés időfüggvénye:

$$V_C(t) = V_C(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

azaz a

$$48 = 325e^{-\frac{t}{0,56}}$$

egyenletet kell megoldani. Ebből az egyenletből: $t=1,07s$. Ennyi idő alatt valószínűleg kicsavarni sem tudjuk, nemhogy megérinteni, tehát ez biztonságosnak tekinthető.

6. Feladat

Bizonyítsuk be, hogy egy kapacitást egy ellenálláson keresztül tetszőleges időfüggő árammal tápfeszültségre töltjük, a feltöltés határfoka 50%, azaz az energia felét az ellenálláson mindenféleképp eldisszipáljuk!

Ha a kapacitást teljesen feltöltjük, a feszültsége a V tápfeszültség lesz, ekkor a benne tárolt töltés:

$$Q = CV$$

A feszültségforrás által végzett munka, definíció szerint, az elektromos teljesítmény integrálja, ha a feszültségforrás árama $I(t)$ függvény szerint alakul:

$$W_G = \int_0^{+\infty} V \cdot I(t) dt = V \int_0^{+\infty} I(t) dt = VQ = CV^2$$

észrevettük, hogy az áram integrálja a töltés, definíció szerint, a kapacitás töltése pedig: $Q = CV$
A kapacitásban tárolt energia:

$$W_C = \frac{1}{2} CV^2$$

ebből az állítás következik.

Ez az eredmény a következőt jelenti: a logikai kapuk kimenetének megváltoztatása egy kapacitás feltöltését, vagy kisütését jelenti. Ez pedig energiabefektetés nélkül nem fog menni, a logikai kapuk tehát szükségszerűen fogyasztanak.