Elektromágneses terek alapjai (VIHVA201) 2015.06.18.

Név:		Jó:	Javító:
NEP		Rossz:	
Aláí		$\sum$	

Feladatonként +1, 0 vagy -1 pont szerezhető. Karikázza be a helyes válasz betűjelét! Legalább 5 kérdésre választ kell adni és legalább 4 pontot el kell érni.

1. Egy 0,5 mm sugarú drótból 40 cm sugarú kört hajtunk, amelyet levegőben szigetelő szálra függesztünk –minden más objektumtól távol–, és 20 pC töltéssel feltöltünk. Becsülje meg az elektromos térerősség nagyságát a drót felszínén!

   a) 1,12 V/m b) 33,0 V/m c) 144 V/m d) 286 V/m

2. Mekkora a feszültség az előző példában említett körgyűrű középpontja és azon pont között, amely a körgyűrű minden pontjától egyaránt 70 cm távolságban van?

   a) 0,11 V b) 0,19 V c) 0,39 V d) 0,45 V

3. A földben két földelőelektróda helyezkedik el. Ha az 1. elektródába 2 A áramot vezetünk (miközben a 2. elektróda árama zérus), akkor az 1. és 2. elektróda potenciálja a végtelen távoli ponthoz képest 50 mV ill. 15 mV. Mekkora lesz az 1. elektróda potenciálja a végtelenhez viszonyítva, ha az 1. és 2. elektródákba egyaránt 4 A áramot vezetünk?

   a 130 mV b) 100 mV c) 65 mV d) 50 mV

4. Egy légszigetelésű Lecher-vezeték egyforma vezetőinek sugara 2 mm, távolságuk 12 mm. Adja meg a vezeték 5 m hosszú szakaszának (külső) öninduktivitását!

   a 3,58 µH b) 4,52 µH c) 6,16 µH d) 33,0 µH

5. Egy ideális, 75 Ω hullámimpedanciájú távvezetéket egy 22 pF kapacitású kondenzátor zár le. Adja meg azt a frekvenciát, amelyen a vezeték végén beeső és visszavert feszültséghullámok komplex amplitúdója között 90° a fáziskülönbség!

   a) 303 MHz b) 606 MHz
   c) 96,5 MHz d) nem meghatározható

6. Egy ideális távvezeték fogyasztó felőli végén a reflexiós tényező $r_2 = 0{,}5 + j0{,}5$. Adja meg a feszültség maximális amplitúdóját a vezeték mentén, ha a fogyasztón a feszültség amplitúdója 100 V! (A vezeték a félhullámhossznál hosszabb.)

   a) 108 V b) 100 V c) 170,7 V d) 133 V

7. Levegőben terjedő, 1 GHz frekvenciájú síkhullám merőlegesen esik egy ideális, $\varepsilon_r = 9$ dielektromos állandójú szigetelővel kitöltött végtelen féltér határfelületére, ahol az elektromos térerősség amplitúdója 300 V/m. Adja meg a határfelület 5 m^2 keresztmetszetén 3 ns idő alatt átáramló energiát!

   a) 1,79 µJ b) 5,37 µJ 5,37 uJ c) 1,87 µJ d) 5,98 µJ

8. Egy vezetővel kitöltött féltér sík határfelületére levegőből érkező síkhullám esik merőlegesen. A vezetőben az áramsűrűség amplitúdója a határfelülettől mért ζ távolság függvényében: $J(\zeta = 1\,\text{mm}) = 0{,}4\,\text{A/mm}^2$ és $J(\zeta = 2\,\text{mm}) = 0{,}25\,\text{A/mm}^2$. Mekkora a behatolási mélység a vezetőben?

   a) 2,13 mm b) 1,04 mm
   c) 0,88 mm d) nem meghatározható

9. Egy ideális szigetelőben terjedő, z irányban polarizált síkhullámban az E_z rendező hely-idő függvénye: $E_z(y,t) = 15\cos(4t - 20y)$, ahol a feszültség egysége V, a hossz- ill. időegység m és ns. Adja meg a Poynting-vektor pillanatértékét az $y = 0$ síkban, a $t = 0$ pillanatban!

   a) $\mathbf{e}_y 895\,\text{mW/m}^2$ b) $\hat{\mathbf{e}}_z 448\,\text{mW/m}^2$ c) $\hat{\mathbf{e}}_y 448\,\text{mW/m}^2$ d) $\hat{\mathbf{e}}_z 633\,\text{mW/m}^2$

10. Egy Hertz-dipólussal modellezhető, rövid dipólantenna sugárzási ellenállása 0,2 Ω; az antennát 5 A effektív értékű áram táplálja. Határozza meg a mágneses térerősség amplitúdóját az antenna távolterében, a maximális sugárzás irányában az antennától mért r távolság függvényében!

    a) $\dfrac{39{,}8\,\text{mA}}{r^2}$ b) $\dfrac{56{,}2\,\text{mA}}{r}$ c) $\dfrac{89{,}6\,\text{mA}}{r}$ d) 89,6 mA/m

2015.06.18 beugró megoldások

1.) Maxwell IV felírva a vezetőgyűrű felületére: $\oint_A D\,dA = \int_V \rho\,dV$

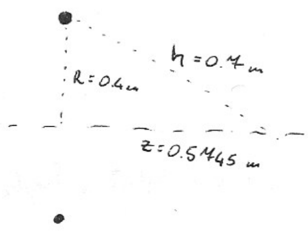
$$\oint_A \varepsilon E\,dA = Q$$

Mivel az erővonalak a gyűrű felületére merőlegesek, és a felszínen E értéke mindenhol ugyanakkora

$$\varepsilon \cdot E \cdot \underbrace{2r\pi \cdot 2R\pi}_{A} = Q$$

$$\boxed{E = \frac{Q}{4rR\pi^2\varepsilon}}$$

2.) lsd. Bilicz példatár 2.6



$$dQ = \frac{Q \cdot dl}{2R\pi}$$

$$d\varphi(z) = \frac{dQ}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{h}$$

$$\varphi(z) = \int_0^{2R\pi} \frac{Q \cdot dl}{2R\pi} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{h} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{1}{h} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

$$\underline{\underline{U = \varphi(z=0) - \varphi\left(z = \sqrt{h^2 - R^2}\right)}}$$

3.)

$I_1 = 2A$ $\quad \varphi_1 = 50\,mV$ $\quad \rightarrow R_1 = \frac{\varphi_1}{I_1} = 25\,m\Omega$

$I_2 = \emptyset\,A$ $\quad \varphi_2 = 15\,mV$ $\quad \rightarrow R_{12} = \frac{\varphi_2}{I_1} = 7.5\,m\Omega$

$$\underline{\underline{\varphi_1 = I_1 R_1 + I_2 R_{12} = 4A \cdot (25 + 7.5)\,m\Omega}}$$

4.) Lecher vezeték

$$L' = \frac{\mu_0}{\pi}\left[\ln\frac{d}{r_0} + \frac{\mu_r}{8}\right] \approx \frac{\mu_0}{\pi}\ln\frac{d}{r_0}$$

lsd. Mucsi jegyzet 59.o.

5.)

$Z_p = 75\,\Omega$

$Z_2 = \frac{1}{j\omega \cdot 22\,pF}$ $\rightarrow$ tisztán képzetes, 90° fázisforgatást adott

$\Downarrow$

$Z_0 = Z_2$

$$75 = \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot 22E\text{-}12}$$

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot 22 \cdot 10^{-12} \cdot 75}\ Hz$$

6, $r_2 = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}}$

$U_2 = 100V$

$U_2 = U_2^+ + U_2^+ \cdot r_2 = U_2^+(1+r_2) \Rightarrow U_2^+ = \frac{U_2}{1+r_2} = 60 - j20 = 63.245 e^{-j0.32175}$

$|U_{max}| = |U_2^+| \cdot (1+|r_2|) = \underline{63.245 \cdot \left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$

7.) $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}} = 125\,\Omega$

Nagy a frekvencia ($T = 1\mu s$, három periódus fér a $3\mu s$-be) $\rightarrow$ számolhatunk a komplex Poynting vektorral ami átlagot ad meg

$\sigma = \emptyset,\ r = \emptyset \Rightarrow E^+ = E$

$\bar{S} = \frac{1}{2} E^+ \times H^+ = \frac{1}{2} \frac{E^{+2}}{Z_0} = \frac{1}{2} \frac{300^2}{125} = 360 \frac{W}{m^2}$

$P = \int_A \hat{S}\, dA = S \cdot A = 1800\ W$

$E = P \cdot t = 1800W \cdot 3E{-}9s = \underline{5.4\mu J}$

8, $E_x(z) = E_x(0) \cdot e^{-\frac{z}{\delta}}$, mivel $J = \sigma E$ itt ez használható

$E_x(0) \cdot e^{-\frac{1mm}{\delta}} = 0.4 \frac{A}{mm^2}$

$E_x(0) \cdot e^{-\frac{2mm}{\delta}} = 0.25 \frac{A}{mm^2} \Rightarrow 1.6 \cdot e^{-\frac{2mm}{\delta}} = e^{-\frac{1mm}{\delta}}$

$\Updownarrow$

$\ln 1.6 - \frac{2mm}{\delta} = -\frac{1mm}{\delta}$

$\underline{\delta = \frac{1mm}{\ln 1.6} = 2.1276\ mm}$

9, (tipp) $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$ $\quad \bar{S} = \frac{1}{2} E \times H = \frac{1}{2} \frac{E^2}{Z_0} = \frac{15^2}{2 \cdot 120\pi}$ $\quad S = S_{átlag} + \frac{E_z(y,t)^2}{Z_0}\Big|_{y=\emptyset,\, t=\emptyset} = S_{átlag} + \frac{15^2}{120\pi} = \underline{0.895 \frac{W}{m^2}}$

10, $R_s = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \Rightarrow \frac{l}{\lambda} = \sqrt{\frac{R_s}{80\pi^2}}$

$H_\varphi(r, \vartheta) = \frac{I \cdot l}{2 \cdot \lambda} \cdot Z_0 \cdot \frac{\sin\vartheta}{r} \cdot e^{-j\beta r} \Rightarrow \vartheta = \frac{\pi}{2}$

csúcsérték!

$|H(r)| = \cancel{Z_0} \cdot \frac{I}{2} \cdot \frac{l}{\lambda} \cdot \frac{1}{r} = \frac{I_{eff} \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{\frac{R_s}{80\pi^2}} \cdot \frac{1}{r} = \underline{\frac{56.24}{r}\ mA}$