

1. feladat (5+7 pont)

Konvergens-e az **a)** sor? Határozza meg a **b)** sor konvergenciasugarát és konvergencia tartományát!

a)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)! \cdot 3^n}{n^n}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n (x+1)^n}{n}$$

2. feladat (4+4 pont)

a) Írja fel a következő függvény nulla középpontú Taylor sorát.

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{e^{6x}}}$$

b) Az $f(x) = \cos x$ függvény nulla középpontú Taylor polinomjával szeretnénk kiszámítani $\cos(-1)$ értékét három tizedes pontossággal. Adja meg a Taylor polinom szükséges fokszámát. ($\cos(-1)$ értékét kiszámolni nem kell)

3. feladat (6+3 pont)

Fejtsé hatványsorba a következő függvényeket a $(0; \sqrt[6]{3})$ intervallumon:

a)

$$f(x) = \frac{6x^5}{3+x^6}$$

b)

$$F(x) = \ln(3+x^6)$$

4. feladat (7 pont)

Fejtsé hatványsorba a következő függvényt és adja meg a hatványsor konvergenciasugarát:

$$f(x) = \frac{8x}{\sqrt[7]{3-x^4}}$$

5. feladat (4+1+9 pont)

Adott a következő függvény:

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{6xy}$$

a) Számítsa ki a határértékét a $(0,0)$ pontban!

b) Totálisan differenciálható-e a függvény a $(0,0)$ pontban?

c) Adja meg az g függvény x és y szerinti, valamint a h függvény y szerinti parciális deriváltjait:

$$g(x, y) = (x^3 + \operatorname{ch}x)^{8y} \quad h(x, y) = \frac{\operatorname{ch}(xy) + e^{x^2+4y^2}}{\sqrt{\operatorname{arsh}x^3 + \operatorname{tg}x}}$$