

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ	IMSC

INTEGRÁLÁSI FELADATOK. (Ebből a részből külön is el kell érni 40%-ot!)

Ha valamelyik következtetés helyes, bizonyítsuk; ha hamis, adjunk ellenpéldát!

1. feladat (20 pont) Számoljuk ki az alább fölirt két határozatlan integrált!

$$i) \int \frac{x^2 + x - 5}{x^2 + x - 6} dx, \quad ii) \int e^{-2\sqrt{x}} dx.$$

Segítség: az ii) résznél használjuk az $u = \sqrt{x}$ helyettesítést!

2. feladat (15 pont) A határozott integrálról tanultak alapján mutassuk meg, hogy

$$\int_{-4}^6 \frac{1}{\sqrt[4]{16e^{4x} + e^{-8x}}} dx$$

értéke egy 0 és 1 közötti szám. *Jótanács: ne próbálkozzunk a kérdéses integrál konkrét kiszámolásával!*

3. feladat (15 pont) Számoljuk ki az

$$\frac{1}{2}x^2 \leq y \leq 2\sqrt{x}, \quad y \leq 2$$

egyenlőtlenségek által definiált tartomány területét!

4. feladat (15 pont) Definiáljuk egy valós, egyváltozós függvény egy adott pontban vett deriváltját. Következik-e a deriválhatóság a folytonosságból? És fordítva?

5. feladat (25 pont) Vizsgáljuk meg az

$$f(x) = \arctan(x) + \frac{1}{15}x^3 - x$$

képlettel definiált f függvényt monotonitás és konvexitás szempontjából valamint határozzuk meg lokális szélsőérték-helyeit és inflexiós pontjait! Eredményeinket elég egy összefoglaló táblázatban megadni; most nincs szükség vázlatos függvény-rajzra.

6. feladat (10 pont) Definiáljuk egy sorozat torlódási pontjainak fogalmát és (bizonyítás nélkül) mondjuk ki a torlódási pontok és részsorozatok kapcsolatáról tanult tételt!

IMSC feladat (16 IMSC pont)

Határozzuk meg az

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos(x)}{e^x + 1} dx$$

integrál értékét! *Segítség: ne a fönt szereplő integranduszhoz próbáljunk primitív függvényt keresni – valahogy inkább használjuk ki, hogy az integrálási tartomány szimmetrikus a nullára!*