

**1. feladat (4+9=13 pont)**

a) Mit mondhatunk a sorozatok monotonitásának, korlátosságának és konvergenciájának kapcsolatáról? (Mondjon ki bizonyítás nélkül legalább két tanult tételt!)

b) Számolja ki az  $a_n = \left(\frac{3n^3 - 5}{3n^3 + 6}\right)^{2n^3}$  sorozat határértékét!

**2. feladat (8+13=21 pont)**

a) Igaz-e?

i) Ha  $a_n \rightarrow \infty$ , akkor  $\frac{1}{a_n} \rightarrow 0$ ?

ii) Ha  $a_n \rightarrow 0$ , akkor  $\frac{1}{a_n} \rightarrow \infty$ ?

Ha az állítás igaz, bizonyítsa be, ha hamis, adjon rá ellenpéldát!

b) Határozza meg az alábbi sorozatok torlódási pontjainak halmazát, limesz superiorját és limesz inferiorját! Konvergensek a sorozatok?

$$a_n = \frac{n^3 + (-5)^n}{n! - 3^n}$$

$$b_n = \frac{n! - 3^n}{n^3 + (-5)^n}$$

**3. feladat (4+10=14 pont)**

a) Adjon szükséges és elégséges feltételt arra, hogy egy kétszer differenciálható függvénynek egy pontban inflexiója legyen!

b) Hol konvex, illetve konkáv az  $f(x) = \ln(x^2 - 8x + 17)$  függvény?

**4. feladat (4+8=12 pont)**

a) Ismertesse Rolle-tételt!

b) Határozza meg a  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{2x-6} - 1}{\ln(3x - 8)}$  határértéket!

**5. feladat (4+10=14 pont)\***

a) Ismertesse a parciális integrálás módszerét

b) Számolja ki az  $f(x) = (x^2 + x - 1) \cos x$  függvény primitív függvényét!

**6. feladat (13 pont)\***

Határozza meg az  $f(x) = \frac{2e^x + 1}{1 + e^{2x}}$  primitív függvényét!

**7. feladat (6+7=13 pont)\***

a) Ismertesse az integrálszámítás második alaptételét!

b) Számolja ki a  $G(x) = \int_0^{x^3} \text{sh}(\arccos(1 - t)) dt$  függvény deriváltját  $x \in [0, 1]$  esetén!

---

**IMSC feladat (14 IMSC pont)**

Jelölje  $\{a\}$  az  $a \in \mathbb{R}$  szám törtrészét, és legyen  $f(x) = x \cdot \left\{\frac{1}{x}\right\}$ . Határozza meg a következő határértékeket!

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{\frac{1}{x}\right\}$ ;      b)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ;      c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ;      d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

A \*-os feladatokból legalább 15 pontot el kell érni.