

Algoritmuskészítés pótzárthelyi
2014. november 26.

1. Az $f(n)$ függvény olyan, hogy $f(n) \leq f(\lfloor n/2 \rfloor) + n/2$, ha $n \geq 2$ és $f(n) = 3$, amikor $n = 1$. Igaz-e, hogy ekkor $f(n) = \Theta(n^2)$?
2. Adott a nem feltétlenül különböző egész számokból álló a_1, a_2, \dots, a_n sorozat. Olyan $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$ indexsorozatot keresünk, melyre $(a_{i_j})^2 \geq a_{i_{j-1}}$ minden $1 < j \leq k$ esetén. Adjon algoritmust, amely $O(n^2)$ lépésben meghatározza a k lehetséges legnagyobb értékét!
3. Az éllistájával adott $G = (V, E)$ irányítatlan, egyszerű, összefüggő gráf csúcsai háromfélék, egy csúcs lehet piros, sárga vagy zöld. Ebben a gráfban egy út akkor érvényes, ha nincs benne két azonos színű, közvetlen egymás után jövő csúcs. Adjon algoritmust, amely $O(|V| \cdot |E|)$ lépésben minden x, y csúcspárra meghatározza az x és y közötti legrövidebb érvényes út hosszát!
4. Egy 10 csúcsú, valós számokkal súlyozott irányított gráfban a v_1 csúcsból induló legrövidebb utak hosszát valaki a Bellman–Ford-algoritmus segítségével határozta meg. Az úthosszakat tartalmazó tömbnek a 7. sorát látjuk a táblázatban. Mit kell tudni a gráfról, hogy a következő sort ez alapján kitölthessük? Van-e olyan csúcs, aminek már ennyiből is tudjuk a v_1 -től mért távolságát?

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}
				⋮					
0	∞	3	7	5	∞	9	2	15	∞
				⋮					
5. A 7 elemű A tömb elemei sorban: 8, 6, 4, -2, 3, 5, -5. Alkalmazza erre a KUPACÉPÍTÉS eljárást (lépésenként jelezze, mi történik)! Az eredményen hajtson végre egy MINTÖR eljárást!
6. Egy útszakaszon a nagy sár miatt a járdáról csak néhány helyen lehet száraz lábbal lemenni az úttestre. Az utca bal oldalán ezek a lejárók az út elejétől mérve $0 < b_1 < b_2 < \dots < b_k$ méterre vannak, a jobb oldalon pedig $0 < j_1 < j_2 < \dots < j_m$ méterre. Mi a bal oldalról szeretnénk átkelni a jobb oldalra úgy, hogy mind a két oldalon egy-egy lejárót használunk és az úttesten a lehető legkevesebbet megyünk. Adjon $O(k + m)$ lépésszámú algoritmust annak meghatározására, hol keljünk át! (Egy oldalon tetszőleges távolságot megtehetünk.)
7. Egy 8 csúcsú bináris keresőfában különböző egész számokat tárolunk. Milyen x -re lehet, hogy a fa preorder bejárása a 4, 3, 1, 2, 5, 8, x , 10 sorrendben olvassa ki ezeket az értékeket?
8. Egy piros-fekete fának a magassága 5, a fekete magassága 3. Mennyi lehet a piros csúcsok minimális, illetve maximális száma?