

név:..... Neptun kód:.....

Gyakorlatvezető, gyakorlat időpontja:.....

### Matematika A4, Valószínűesszámítás, zh. 2. 2016. április 19.

Munkaidő: 50 perc. Az 1-4. feladatok 5-5 pontosak. Az 5. feladat bónusz feladat, 3 pontot ér. A végeredményeket nem kell kiszámolni, elég képlettel felírni. Normális eloszlás táblázat mellékelve.

1. Jelölje  $X$  az ötös lottón kihúzott, növekvő nagyság szerint alulról második,  $Y$  pedig a felülről második számot. Határozza meg  $(X, Y)$  lehetséges értékeit a síkon és klasszikus képlet segítségével adja meg ezeken az együttes eloszlást.

2. Egy nagy üzemcsarnokban 64 hasonló gép dolgozik, amelyek egyenként átlagosan 50K zajegységgel járulnak hozzá a keletkezett zajhoz - a zaj szórása gépenként 20K. A keletkezett zaj akkor ártalmas az egészségre, ha meghaladja a 3250K-t. Becsülje normális eloszlás segítségével az egészségre ártalmas zajszint elérésének valószínűségét, ha feltesszük, hogy a gépek zajai összegződnek! (modellezze a feladatot és indokoljon)

3. Juci és Jolán 7h és 7.30 között szoktak érkezni a bevásárláshoz ugyanabba a kis üzletbe, egyenletes eloszlás szerint, egymástól függetlenül. Mi a valószínűsége annak, hogy az üzletben elkerülik egymást, ha mindkettőjük vásárlása 10 percig tart?

4. Rövid időn belül 100 mérést végeznek a levegőre egy helyen, egy adott káros gáz mennyiségére nézve. A gáz mennyiségének az átlagára kíváncsiak és ezt a 100 mérés átlagával becsülik. Milyen pontosságot tud a becslésre garantálni 90% biztonsággal, ha a gáz mennyisége normális eloszlású, 0,2 szórással?

5. (Bónusz feladat) Szimulálja egy Excel utasítás segítségével a 3. feladatbeli érkezéseket, kiírva azt, hogy a találkozás létrejött-e vagy sem!

### Megoldások

1.  $(X, Y)$  lehetséges értékei:  $2 \leq X \leq 87, X + 2 \leq Y \leq 89$

$$\text{Az eloszlás: } P(X = i, Y = j) = \frac{(i-1)(j-1-i)(90-j)}{\binom{90}{5}}.$$

2.  $P(X_1 + X_2 + \dots + X_{64} > 3250) = ?$ , ahol az  $X_i$ -k az egyes gépek hozzájárulásai a kialakult zajhoz.

Az  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_{64}$  valószínűségi változó a C.H.T. feltételei teljesülésének értelmében közel  $N(m, \sigma)$  eloszlásúnak tekinthető.

$$m = 64 \cdot 50 = 3200, \sigma = \sqrt{64} \cdot 20 = 160.$$

A kérdéses vsz. visszavezetése sztandard normális eloszlásra, standardizálással:  $1 - \Phi\left(\frac{3250-3200}{160}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{5}{16}\right)$ ,

ahol táblázatból  $\Phi(\frac{5}{16}) \simeq 0,618$ , ezért a kért érték vsz. kb. 0,382  
*Megj.* A normális eloszlás használatát indokolni kellett!

3. Jelölje  $X$  és  $Y$  a két érkezési időt és tegyük fel, hogy  $0 \leq X, Y \leq 30$ .  
Annak feltétele, hogy elkerülik egymást  $|X - Y| > 10$ . A szimmetria miatt,  
szorítkozhatunk az  $X > Y$  esetre, ekkor a feltétel:  $X - Y > 10$ .

Modellezzük az érkezési időpontokat a síkon. A számunkra kedvező  $(x, y)$   
időpontokat ekkor a  $0 \leq x, y \leq 30$ , az  $x > y$  és az  $x - y > 10$  tartományok  
*metszetei* reprezentálják, azaz a  $0 \leq x, y \leq 30$ ,  $x - 10 > y$  háromszög pontjai.

Mivel az érkezési időpontok függetlenek és egyenletes eloszlásúak, ezért a  
feladat a "geometriai feladat" esete, azaz, számolhatunk normált területtel, azaz  
2 dimenziós egyenletes eloszlással.

Most a számunkra kedvező pontok tartományának területe  $\frac{20^2}{2}$ , a teljes  
terület  $\frac{30^2}{2}$ , hányadosuk a kért valószínűség, azaz  $\frac{4}{9}$ .

*Megj.* A teljes megoldáshoz szükséges indoklások: miért jogos területtel  
számolni és hogyan alakul ki a kedvező pontokat reprezentáló tartomány. A  
helyes ábra kívánatos, de nem elegendő.

4. Teljesülnek az elméleti átlagra vonatkozó tanult becslés

$$P(\bar{x} - u_p \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + u_p \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 2\Phi(u_p) - 1$$

feltételei (pl. a káros gáz mennyisége normális eloszlású).

Itt  $u_p \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  a becslés pontossága, ahol  $\sigma = 0,2$  és  $n = 100$ , valamint  $u_p$ -re,  
 $2\Phi(u_p) - 1 = 0,9$  (a szignifikancia szint). Innen  $\Phi(u_p) = 0,95$  ahonnan  
táblázat használatával  $u_p \simeq 1,65$ .

Tehát a garantált pontosság kb. 0,0165

*Megj.* Hivatkozni kellett a tanult fenti becslésre és utalni arra, hogy feltételei  
teljesülnek.

5. HA(ABS(30\*VÉL()-30\*VÉL())>10;1;0)

*Megj.* A RANDBETWEEN utasítás használata a VEL() helyett itt nem  
kielégítő, mivel kimenetelei egész számok.