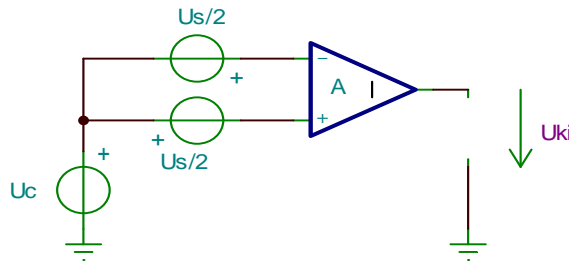


Mérőkapcsolások2 – 5. fejezet

/Elmélet & Képletgyűjtemény/

1. Differenciálerősítő, mérőerősítő:

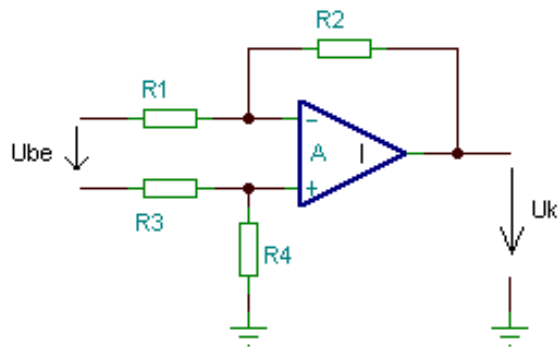
- Közösjelelnyomás



$$U_{ki} = A_s \cdot U_s + A_c \cdot U_c$$

$$E = \frac{|A_s|}{|A_c|}, \text{ mértékegysége: } [E] = dB$$

- Differenciálerősítő



$$A_s = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$U_{kic} = U_{bec} \cdot \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) + U_{bec} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_c = \frac{U_{kic}}{U_{bec}} = \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{(R_3 + R_4) \cdot R_1}$$

Ideális esetben $A_c = 0$, azonban az ellenállásoknak van hibája, így valóságban sosem lesz 0 az értéke. Ha mindegyik ellenállás hibája ugyanolyan, azaz a következőképp fejezhető ki egy ellenállás értéke a relatív véletlen hiba és a névleges érték segítségével

$$R_i = R_{i,n} \cdot (1 \pm h)$$

Akkor az A_c erősítés értéke legrosszabb esetben:

$$A_c = \frac{R_1 \cdot R_4 \cdot (1+h)^2 - R_2 \cdot R_3 \cdot (1-h)^2}{(R_3 + R_4) \cdot R_1}$$

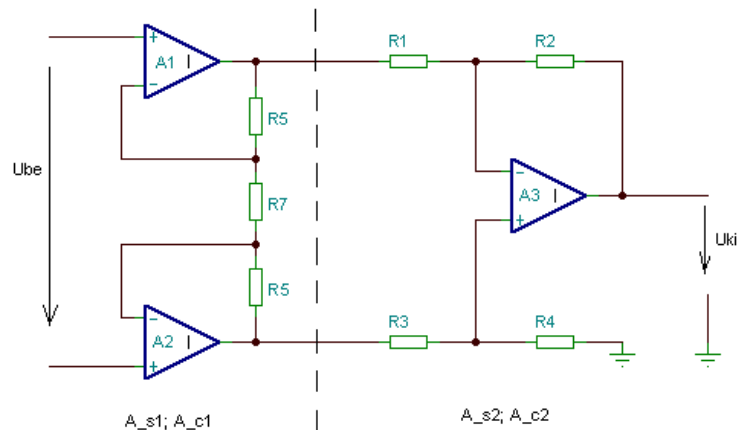
$$A_c = \frac{(R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3) \cdot (1+h^2) + (R_1 \cdot R_4 + R_2 \cdot R_3) \cdot (2 \cdot h)}{(R_3 + R_4) \cdot R_1}$$

$$A_c = \frac{(R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3) \cdot (1 + h^2) + (R_1 \cdot R_4 + R_2 \cdot R_3) \cdot (2 \cdot h)}{(R_3 + R_4) \cdot R_1}; \quad R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

$$A_c = \frac{R_1 \cdot R_4 \cdot 4 \cdot h}{(R_3 + R_4) \cdot R_1}$$

$$A_c = \frac{R_4}{(R_3 + R_4)} \cdot 4 \cdot h$$

• **3 műveleti erősítés mérőerősítő (műszerismertető)**



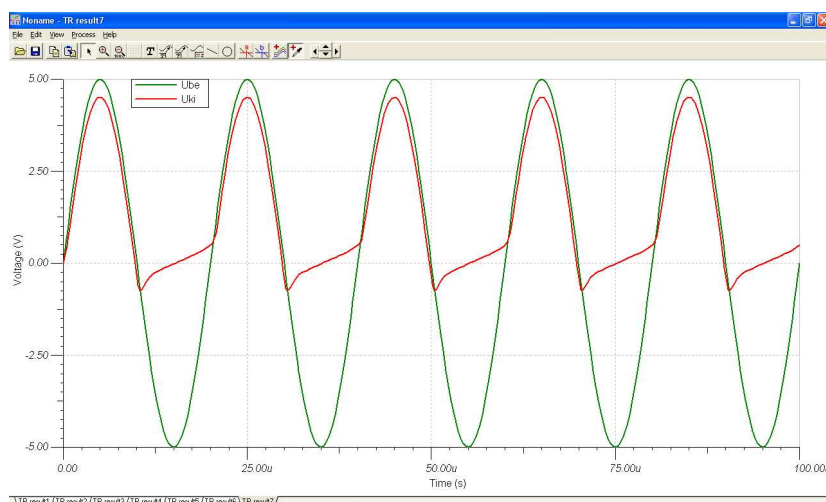
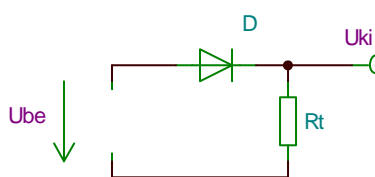
$$A_{s1} = 1 + \frac{2 \cdot R_5}{R_7}; \quad A_{s2} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$A_s = A_{s1} \cdot A_{s2} = \left(1 + \frac{2 \cdot R_5}{R_7}\right) \cdot \left(-\frac{R_2}{R_1}\right)$$

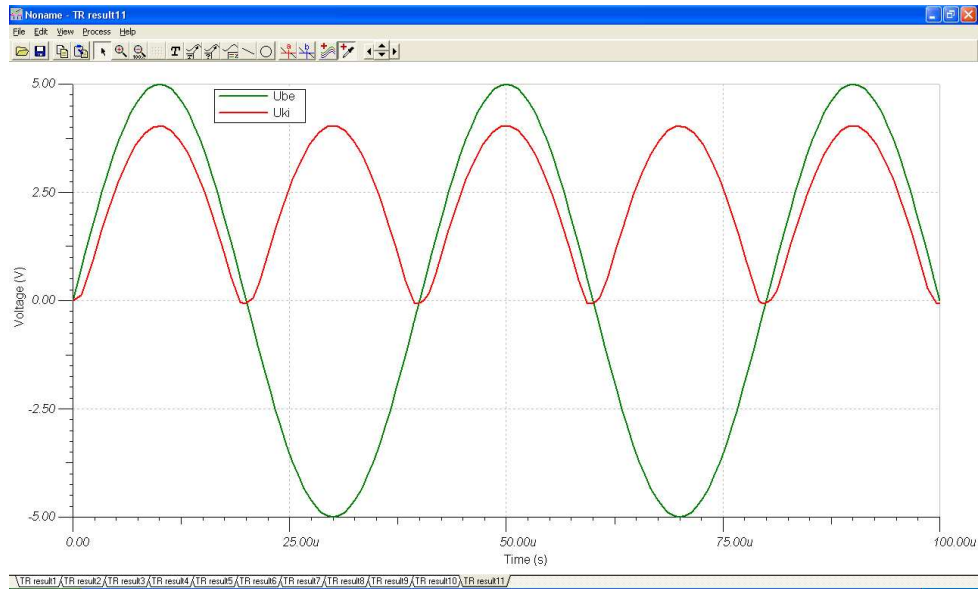
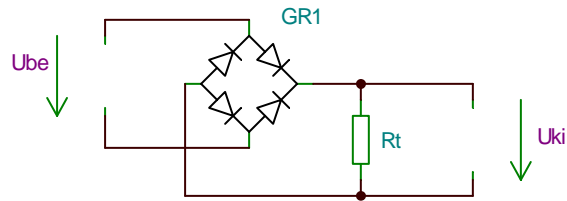
$$A_{c1} = 1; \quad A_{c2} = \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)} \Rightarrow \quad A_c = A_{c1} \cdot A_{c2} = \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{R_1 \cdot (R_3 + R_4)}$$

2. Egyenirányítók: (Időfüggvények esetén a kimeneti feszültséget a piros görbe mutatja)

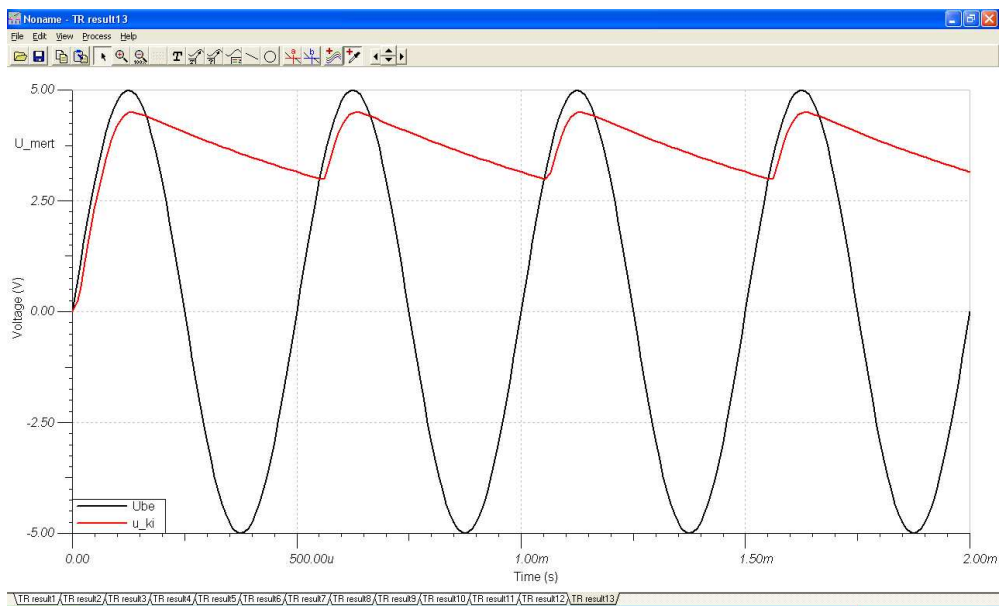
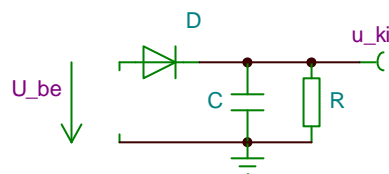
• **Egyutas passzív egyenirányító**



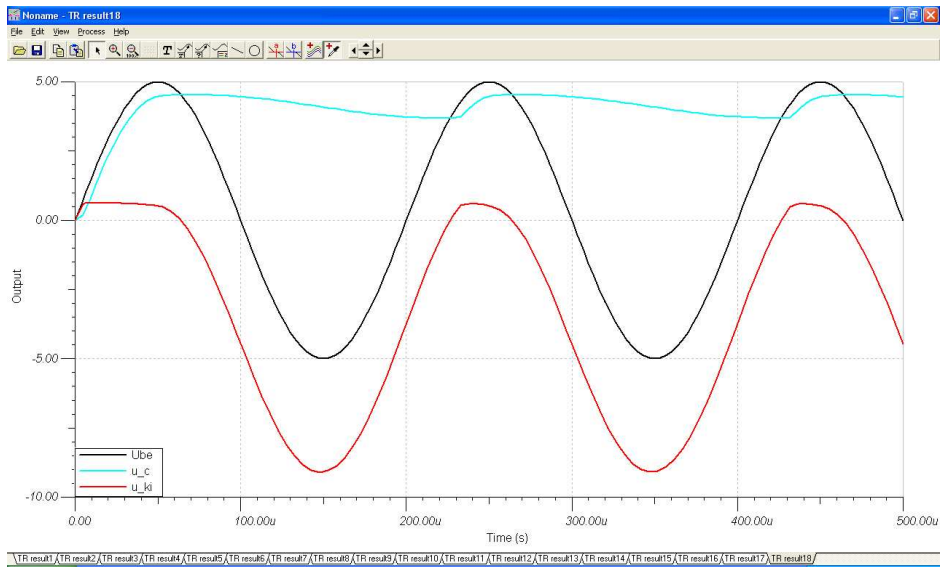
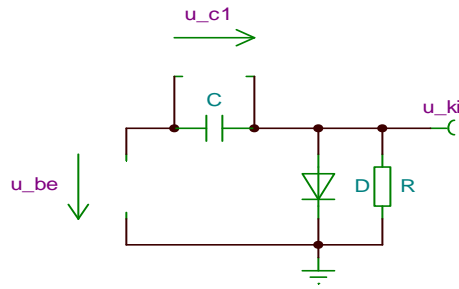
- **Kétutas passzív egyenirányító**



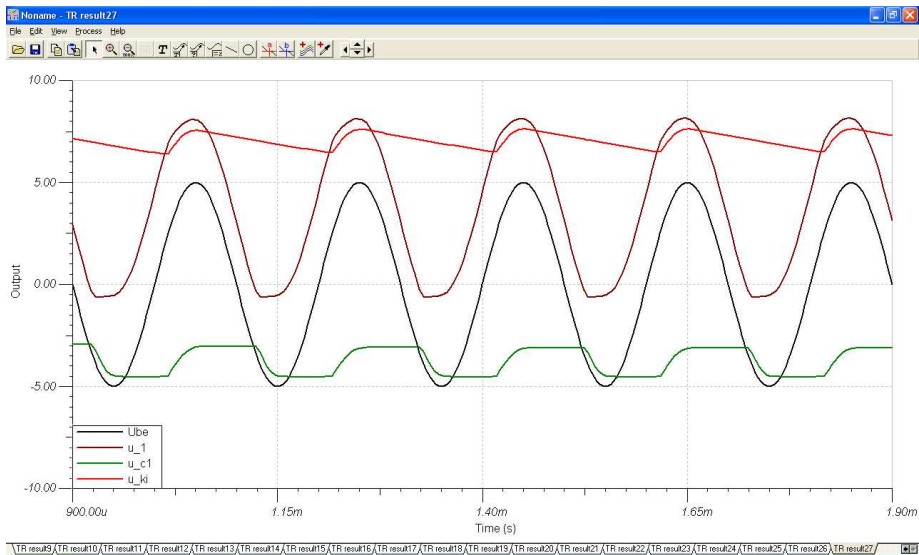
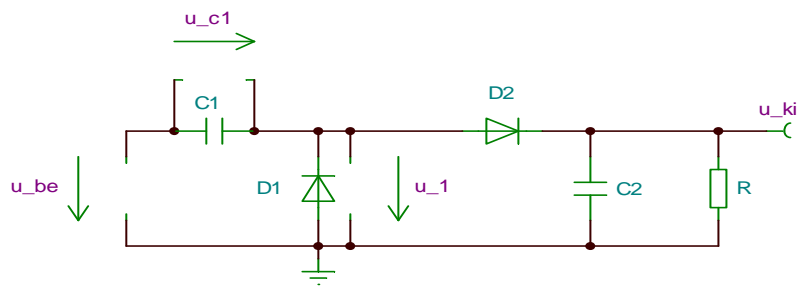
- **Soros diódás csúcseyenirányító**



- **Párhuzamos diódás csúcseyenirányító**



- **Soros-párhuzamos diódás csúcseyenirányító**



3. Szorzó

$$u_{ki}(t) = k \cdot u_{be1}(t) \cdot u_{be2}(t)$$

$$u_{ki}(t) = k \cdot \hat{U}_1 \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \hat{U}_2 \cdot \sin(\varphi_2)$$

$$u_{ki}(t) = k \cdot \hat{U}_1 \cdot \hat{U}_2 \cdot [\sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2)]$$

$$u_{ki}(t) = \frac{k \cdot \hat{U}_1 \cdot \hat{U}_2}{2} \cdot [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \cos(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

Hasznos trigonometrikus átalakítások:

- $\sin(\varphi_1 \pm \varphi_2) = \sin(\varphi_1) \cdot \cos(\varphi_2) \pm \cos(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2)$
- $\cos(\varphi_1 \pm \varphi_2) = \cos(\varphi_1) \cdot \cos(\varphi_2) \mp \sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2)$
- $1 = \cos^2(\varphi) + \sin^2(\varphi)$
- $\cos(2 \cdot \varphi) = \cos^2(\varphi) - \sin^2(\varphi)$
- $\sin(2 \cdot \varphi) = 2 \cdot \cos(\varphi) \cdot \sin(\varphi)$

Példák

/10. hét/

5.15. feladat

Egy kiegyenlített analóg szorzó egyik bemenetére 10V csúcsértékű, 50Hz frekvenciájú, a másik bemenetére pedig 1V csúcsértékű, 100Hz frekvenciájú szinuszos jelet vezetünk. A szorzó átviteli tényezője $k = 0.1 \text{ 1/V}$ ($u_{ki}(t) = k \cdot u_{be1}(t) \cdot u_{be2}(t)$). Mekkora a szorzó kimenetén megjelenő jel egyszerű középértéke és effektív értéke?

Megoldás:

1) $u_{ki}(t)$ kiszámítása:

$$u_{ki}(t) = k \cdot u_{be1}(t) \cdot u_{be2}(t) = 0.1 \frac{1}{V} \cdot 10V \cdot 1V \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t)$$

$$u_{ki}(t) = \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t)$$

Az elméleti résznél felsorolt trigonometrikus azonosságok közül felhasználva, hogy

- $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \cos(\varphi_1) \cdot \cos(\varphi_2) + \sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2)$
- $\cos(\varphi_1 + \varphi_2) = \cos(\varphi_1) \cdot \cos(\varphi_2) - \sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2)$

Ami alapján: $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \cos(\varphi_1 + \varphi_2) = 2 \cdot \sin(\varphi_1) \cdot \sin(\varphi_2)$, az alábbi kifejezést kapjuk a kimeneti feszültségre:

$$u_{ki}(t) = \frac{1}{2} V \cdot [\cos(2 \cdot \pi \cdot (100 - 50) \cdot t) - \cos(2 \cdot \pi \cdot (100 + 50) \cdot t)]$$

$$u_{ki}(t) = \frac{1}{2} V \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t) - \frac{1}{2} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 150 \cdot t)$$

2) Egyszerű középérték meghatározása

A kimeneti feszültség két koszinuszos jel lineáris kombinációjából adódik, így az egyszerű középérték (mivel a koszinuszos jel egyszerű középértéke is 0V):

$$\underline{\underline{U_{ki0} = 0V}}$$

3) Effektív érték meghatározása

$$U_{koeff} = \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{8}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \underline{\underline{0.5V = U_{koeff}}}$$

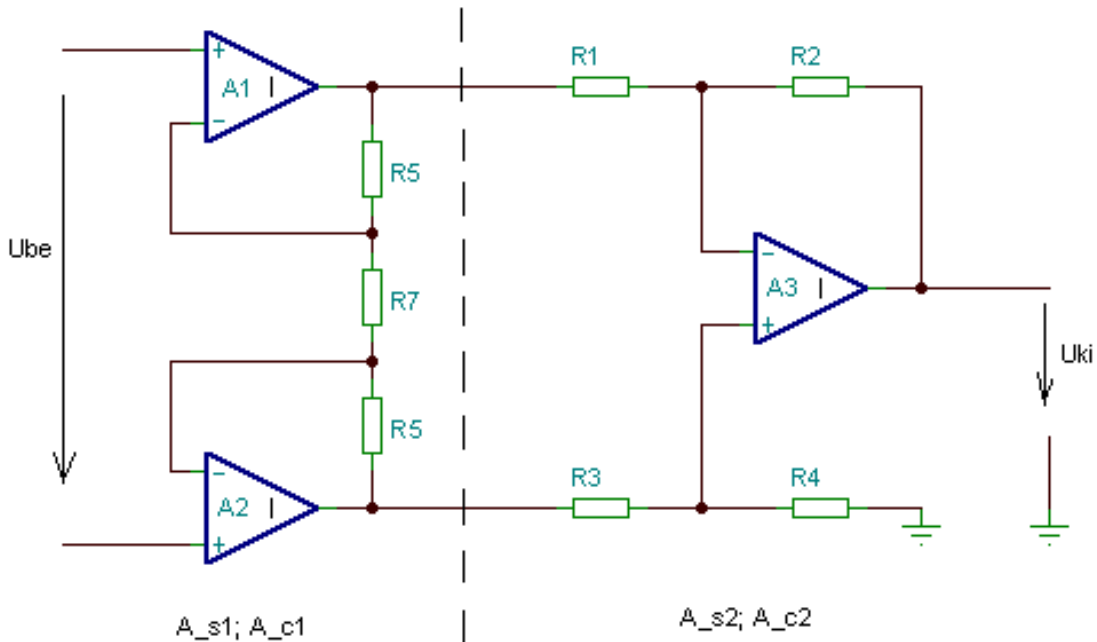
5.26. feladat

3 műveleti erősítős műszererősítőt építünk. Rendelkezésünkre áll a 3 műveleti erősítőn kívül 4 db 25kΩ-os, 2 db 5kΩ-os és 1 db 5.55kΩ-os ellenállás.

- Rajzoljuk le a kapcsolást és helyezzük el benne az ellenállásokat úgy, hogy a szimmetrikus erősítés 50 legyen.
- Mekkora a szimmetrikus erősítés relatív rendszeres hibája?
- Legalább mekkora a kapcsolat közösjelelnyomása, ha az ellenállások tűrése (relatív véletlen hibája) 0.02%?

Megoldás:

a) Kapcsolási rajz:



Az elméleti részben leírtak alapján:

$$A_{s1} = 1 + \frac{2 \cdot R_5}{R_7}; \quad A_{s2} = -\frac{R_2}{R_1}; \quad A_s = A_{s1} \cdot A_{s2}$$

Az 50-t 1x50, 2x25 vagy 5x10 formájában lehet előállítani. A rendelkezésre álló ellenállásokkal a második fokozat szimmetrikus erősítését 5-re lehet beállítani, 25 és 5 kΩ-os ellenállásokkal, így az első fokozat erősítése 10 kell, hogy legyen, amit a maradék 2 db 25kΩ-os ellenállás és az 5.55 kΩ-os ellenállások segítségével állíthatunk be. Tehát az egyes ellenállások értékei:

$$\underline{\underline{R_1 = R_3 = 5k\Omega; R_2 = R_4 = R_5 = 25k\Omega; R_7 = 5.55k\Omega}}$$

b) Szimmetrikus erősítés relatív rendszeres hibája:

Az a) pontnak megfelelően:

$$A_s = A_{s1} \cdot A_{s2} = \left(1 + \frac{2 \cdot R_5}{R_7}\right) \cdot \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) = -50.045 \Rightarrow |A_s| = 50.045$$

$$h_{As} = \frac{50.045 - 50}{50} = 9 \cdot 10^{-4} = 0.09\% = h_{As}$$

c) Közösjelelnyomása:

Az elméleti részből ismert, hogy az első fokozat erősítése közösjelre egységnyi ($A_{c1} = 1$). Tehát a teljes fokozat közösjelű erősítése megegyezik a második fokozat közösjelű erősítésével. Utóbbi az elméleti részben ismertettek alapján:

$$A_{c2} = \frac{R_1 \cdot R_4 - R_2 \cdot R_3}{(R_3 + R_4) \cdot R_1}$$

Az ellenállások hibáját ugyanúgy kezelhetjük, mint ahogy az elméleti részben is le van írva, így

$$A_{c2} = \frac{R_4}{(R_3 + R_4)} \cdot 4 \cdot h$$

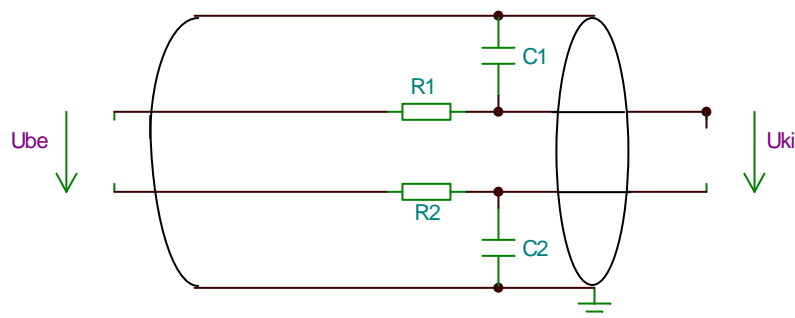
A fentiek alapján:

$$A_c = A_{c1} \cdot A_{c2} = 1 \cdot \frac{R_4}{(R_3 + R_4)} \cdot 4 \cdot h$$

Ami alapján a közösjelnyomás:

$$E = \frac{|A_s|}{|A_c|} = \frac{50}{R_4 \cdot 4 \cdot h} \cdot (R_3 + R_4) = \frac{50}{5 \cdot R_3 \cdot 4 \cdot h} \cdot (R_3 + 5 \cdot R_3) = \frac{15}{h} = \underline{\underline{75000 = 97,5dB = E}}$$

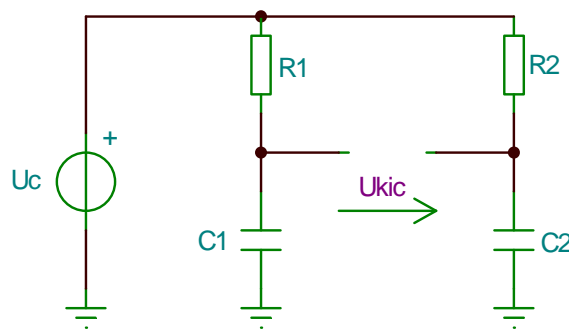
5.28. feladat



A fenti ábrán egy árnyékolt kábel modelljét látjuk. A mérendő feszültséget a bemenetre kapcsoljuk, és a kimeneten megjelenő feszültséget dolgozzuk fel. A kábel névleges adatai: $R_1 = R_2 = 0.2\Omega$; $C_1 = C_2 = 5nF$. Ezek azonban nem teljesülnek pontosan, a névleges értéktől való eltérés max. $h = 1\%$. Ideális esetben az U_{be} feszültségre szuperponáló közös feszültség hatására $U_{ki} = 0$, de a paraméterek nemideális volta miatt ez nem teljesül. Adjuk meg a kábel közösjelnyomását 1kHz frekvencián, a hibakomponensek worst case alapú összegzésével.

Megoldás:

A kábelünktől azt várjuk el, hogy a szimmetrikus erősítése 1 legyen azaz, a kimeneti jelünk egyezzen meg a bemeneti jelünkkel, így $|A_s| = 1$ (valóságban $|A_s| = X_{c1} / (X_{c1} + R_1) = 0.999 \cong 1$). A fentiek alapján a közösjelnyomás nem lesz más, mint a közösjelű erősítés reciproka. A közösjelű erősítés az alábbi módon számítható ki:



$$A_c = \frac{X_{c1}}{X_{c1} + R_1} - \frac{X_{c2}}{X_{c2} + R_2} = \frac{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_1}}{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_1} + R_1} - \frac{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_2}}{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_2} + R_2}$$

$$A_c = \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot C_1 \cdot R_1} - \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot C_2 \cdot R_2} = \frac{j \cdot \omega \cdot (C_2 \cdot R_2 - C_1 \cdot R_1)}{(1 + j \cdot \omega \cdot C_1 \cdot R_1) \cdot (1 + j \cdot \omega \cdot C_2 \cdot R_2)}$$

Ahol $\tau_2 = C_2 \cdot R_2$; $\tau_1 = C_1 \cdot R_1$. A nevezőben a $\tau_2 = \tau_1 = \tau = R \cdot C$ közelítést alkalmazva, valamint felhasználva, hogy $\tau_2 - \tau_1 = 2 \cdot \Delta \tau$:

$$A_c \cong \frac{j \cdot \omega \cdot (\tau_2 - \tau_1)}{(1 + j \cdot \omega \cdot \tau)^2} = \frac{j \cdot \omega \cdot 2 \cdot \Delta \tau}{(1 + j \cdot \omega \cdot \tau)^2} = \frac{j \cdot \omega \cdot 2 \cdot \tau \cdot \frac{\Delta \tau}{\tau}}{(1 + j \cdot \omega \cdot \tau)^2}$$

Ahol a $\frac{\Delta \tau}{\tau}$ -t a következőképpen számíthatjuk ki:

$$\tau = C \cdot R \xrightarrow{\text{w.c. hibaösszegzés}} \frac{\Delta \tau}{\tau} = \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta R}{R} = h + h = 2 \cdot h$$

Ezek alapján a közösjelű erősítés:

$$A_c \cong \frac{j \cdot \omega \cdot 2 \cdot \tau \cdot 2 \cdot h}{(1 + j \cdot \omega \cdot \tau)^2} = \frac{j \cdot \omega \cdot \tau \cdot 4 \cdot h}{(1 + j \cdot \omega \cdot \tau)^2} \Rightarrow |A_c| \cong \frac{\omega \cdot \tau \cdot 4 \cdot h}{|(1 + j \cdot \omega \cdot \tau)|^2}$$

Továbbá felhasználhatjuk azt, hogy az $\omega \cdot \tau = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C = 6.2832 \cdot 10^{-6} \ll 1$, így $|(1 + j \cdot \omega \cdot \tau)|^2$ kifejezés közelítőleg 1, ami alapján:

$$|A_c| \cong 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau \cdot 4 \cdot h = 8 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C \cdot h$$

A fentiek alapján a közösjelnyomás:

$$E = \frac{|A_s|}{|A_c|} = \frac{1}{|A_c|} \cong \frac{1}{8 \cdot \pi \cdot f \cdot R \cdot C \cdot h} \cong \underline{\underline{3978874 \cong 132dB = E}}$$

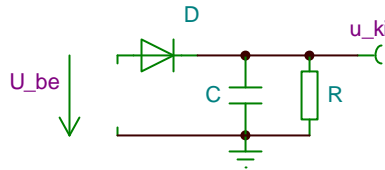
5.31. feladat

Soros diódás csúcseyenirányítót tervezünk, amelynek $f = 50\text{kHz}$ frekvenciájú jelet kell egyenirányítania. A kondenzátor kapacitása $C = 22\text{nF}$, az ellenállás értéke $R = 18\text{k}\Omega$, a dióda nyitófeszültsége $U_d = 0.7\text{V}$.

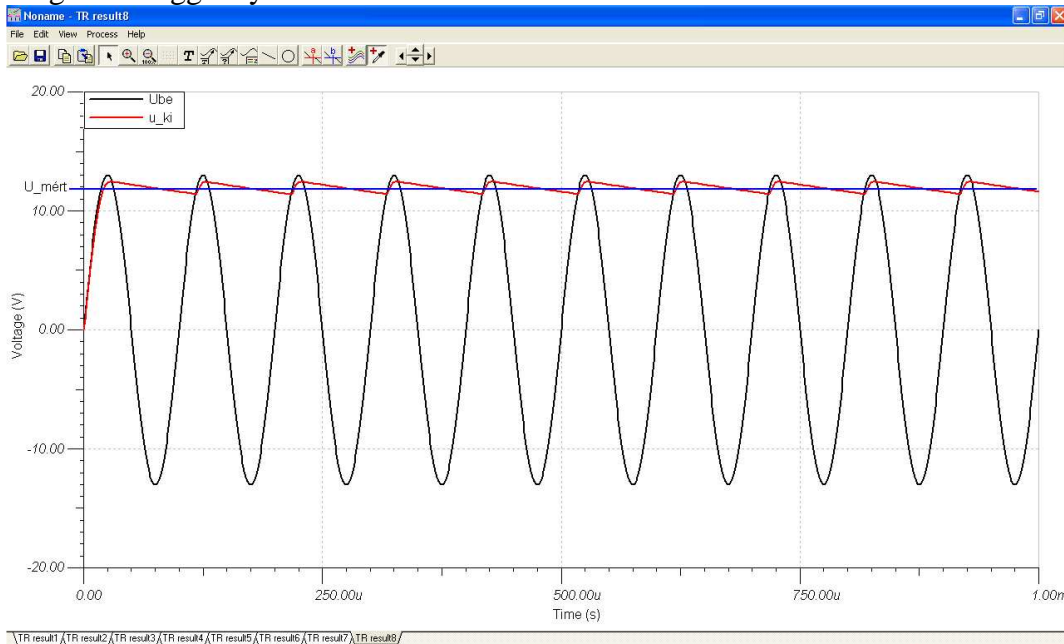
- Mekkora a csúcseyenirányítás relatív hibája, ha a mért feszültség $U_m = 12.3\text{V}$? (A kimenő feszültség egyenkomponense mekkora hibával egyezik meg a bemenő feszültség csúcsértékével?)
- Mekkorára válasszuk a kapacitást, hogy változatlan ellenállásérték mellett a hiba ugyanekkora maradjon?

Megoldás:

1) Kapcsolási rajz



2) Feszültségek időfüggvényei



a) A csúcseyenirányítás relatív hibája

A csúcseyenirányítás relatív hibájának számításához két hibakomponenst kell figyelembe vennünk. Az egyik abból adódik, hogy az egyenirányítást megvalósító diódának van egy nyitófeszültsége, ami a diódán esik, így a kimeneten a bemeneti jel csúcsértékének a dióda nyitófeszültségével csökkentett értéke jelenik meg, azaz a kimeneti feszültség csúcsértéke $\hat{U}_{ki} = \hat{U}_{be} - U_d$. Mivel a bemeneti jel csúcsértéke nem ismert, így a mért érték segítségével az első hibakomponensből adódó relatív hiba közelítőleg:

$$\frac{\Delta U_I}{U} \cong \frac{U_d}{U_m}$$

A másik hiba abból adódik, hogy miután feltöltöttük a kondenzátort az elkezd kiszülni, s ennek megfelelően a kimeneti feszültség is csökkeni fog $U_{ki} = \hat{U}_{ki} \cdot \exp(-t/\tau)$ -ra. Utóbbi hibát a következőképp írhatjuk fel

$$2 \cdot \Delta U_{II} = \hat{U}_{ki} - \hat{U}_{ki} \cdot \exp(-t/\tau) = \hat{U}_{ki} \cdot [1 - \exp(-t/\tau)]$$

Az exponenciális tagot az elsőrendű Taylor-polinomjával, azaz lineárisan közelítve az alábbi kifejezést kapjuk (a lineáris közelítésnek azért van létjogosultsága, mert a bemenő jel periódusideje sokkal kisebb, mint RC-tag időállandója, így a kisülési szakasz olyan rövid, hogy lineárisnak tekinthető):

$$2 \cdot \Delta U_{II} = \hat{U}_{ki} \cdot [1 - \exp(-t/\tau)] = \hat{U}_{ki} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)\right] = \hat{U}_{ki} \cdot \frac{t}{\tau}$$

A t időt közelíthetjük a periódusidővel, hiszen majdnem egy perióduson keresztül sül ki a kondenzátor, és $\tau = R \cdot C$:

$$2 \cdot \Delta U_{II} = \hat{U}_{ki} \cdot \frac{T}{R \cdot C} \Rightarrow \frac{\Delta U_{II}}{U} \cong \frac{T}{2 \cdot R \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot f \cdot R \cdot C}$$

A hibakomponensek worst case összegzésével a csúcseyenirányítás relatív hibája közelítőleg:

$$h_e = \frac{\Delta U_I}{U} + \frac{\Delta U_{II}}{U} = \frac{1}{2 \cdot f \cdot R \cdot C} + \frac{U_d}{U_m} = \underline{\underline{0.082163}} = \underline{\underline{8.2163\%}} = h_e$$

b) 5kHz-es jel esetén a kapacitás értéke:

Az időállandó a frekvenciával fordított arányban változik:

$$k = \frac{f'}{f} = \frac{\tau}{\tau'} \Rightarrow \tau' = \frac{\tau}{k}$$

$$\tau' = \frac{\tau}{k} \Rightarrow R' \cdot C' = \frac{R \cdot C}{k}$$

Felhasználva, hogy $R' = R$:

$$R' \cdot C' = \frac{R \cdot C}{k} \Rightarrow C' = \frac{C}{k} = C \cdot \frac{f}{f'} = 22nF \cdot \frac{50}{5} = \underline{\underline{220nF}} = C'$$