

1. feladat ()

Adja meg az alábbi hatványsor x_0 bázispontját, konvergenciasugarát és konvergenciatartományát! Hol abszolút konvergens a hatványsor?

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^3 3^n}$$

2. feladat ()

Írja fel az

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{16-x^2}}$$

függvény $x_0 = 0$ bázispontú Taylor-sorát! Adja meg a sor konvergenciasugarát, az $f^{(4)}(0)$ értéket (elemi műveletekkel felírva), valamint írja fel az $f'(x)$ függvény Taylor-sorát is (ezt is az $x_0 = 0$ pontban)!

3. feladat ()

Adja meg az alábbi határértékeket, amennyiben léteznek (szükség esetén vizsgálja a szereplő kétváltozós függvények értékeit az $y = x$, $y = 0$ és $y^3 = x$ görbék mentén)!

$$A) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3xy^3}{x^2 + y^6}, \quad B) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3xy^3}{x^2 + y^2}$$

4. feladat ()

Tekintsük az

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin(x^2)/\sqrt{x^2 + y^2}, & \text{ha } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

függvényt! Adja meg az $f'_x(x, y)$ és $f'_y(x, y)$ parciális deriváltakat az összes olyan pontban, ahol léteznek (az origóban a definícióval dolgozzunk)! Hol lesz totálisan deriválható az $f(x, y)$ függvény?

5. feladat ()

Határozza meg az $f(x, y) = x - \cos(xy)$ függvény $(x_0, y_0) = (0, \pi)$ ponthoz tartozó érintősíkjának egyenletét! Adjon becslést a teljes differenciál segítségével az

$|f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)|$ eltérésre, ha tudjuk, hogy $|\Delta x| \leq 0.02$ és $|\Delta y| \leq 0.01$!

6. feladat ()

Három nemnegatív valós szám összege 18. Hogyan válasszuk a számokat, hogy szorzatuk a lehető legnagyobb legyen? Mekkora a maximális szorzat?

7. feladat ()

Határozza meg, hogy hol és milyen lokális szélsőértékei vannak az $f(x, y) = 3xy - x^3 - y^3$ függvénynek!

8. feladat ()

Adja meg az $f(x, y) = \arctg(y/x)$ függvény integrálját az alábbi egyenlőtlenségekkel meghatározott halmazon!

$$x^2 + y^2 \geq 4,$$

$$x^2 + y^2 \leq 16,$$

$$y \geq 0,$$

$$y \leq x/\sqrt{3}$$