Váltakozó áramú rendszerek 3. zh kidolgozás

1. Milyen követelmények teljesítését feltételezzük Park-vektor alkalmazásánál a mágneses mező térbeli eloszlására és időbeli változására?

A váltakozó áramú villamos forgógépek nagy része szimmetrikus háromfázisú állórész tekercseléssel készül, ez az alapja annak, hogy a továbbiakban ilyen feltételezéssel élünk.
Feltételezve, hogy az I áram egyetlen vonalszerű vezetőben koncentrálódik
A további egyszerűsítés érdekében hanyagoljuk el a vasmagra jutó gerjesztést a δ légréséhez képest
időben állandó I=áll. (egyenáramú) táplálás (*nem az kéne, hogy az időbeli változás mindegy, csak a szinuszos térbeli változás a lényeg? DE)*

A mágneses mező kialakulásának eddigi tárgyalása során csak a térbeli eloszlásra volt előírás, mert az eredő térvektor képzésének (vektoros összegzésének) feltétele a térben szinuszos eloszlás. Az egyes fázistekercsekben folyó áramok időbeli változására, vagy a tekercsekre adott feszültség alakjára nincs megkötés.

2. Milyen mágneses mező alakul ki a légrésben, ha az állórész egyik tekercsét egyenárammal, vagy időben tetszőleges lefolyású árammal tápláljuk?

Mnden esetben térben periodikus mező alakul ki, ez egy menetes tekercsnél egyenáram esetén négyszögjel, több menet esetén lépcsős jel, “végtelen” menetszámú tekercs esetén tökéletesen szinuszos. A “tetszőleges lefolyású áram” az áram jellegének megfelelően időbeli periodicitást is ad a mezőnek, pl szinuszosan táplált tekercs esetén szinuszos lüktetést ad.

$$h_a(w_1 t, x) = H_m \sin w_1 t \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda_t} x\,,$$

A mező eloszlását az áram alakulása és a motor geometriai (fog--horony) kialakítása szabja meg. A lépcsős térbeli eloszlástól térbeli periodikus görbe jön létre. Ehhez adódik a az áram változása. Egyenáramnál időben állandó ha változik időben változó mező jön létre.

3. Zérus sorrendű összetevők jelenléte hogyan befolyásolja a Park-vektor alkalmazását?

Mivel a zérus sorrendű összetevők egymással fázisban lévő, azonos amplitúdójú mennyiségeket jelentenek, a Park-vektor képzéskor ezek az összetevők kiesnek, amit figyelembe kell
venni a számítások értékelése, a következtetések levonása során.

4. A Park-vektor ismeretében hogyan határozható meg a fázismennyiségek pillanatértéke számítással és grafikusan?

A Park-vektort a definíciós képlet szerint a fázismennyiségek pillanatértékéből képezzük, az
átalakítás visszafelé is alkalmazható.

Számítással:

Példaként a feszültség Park-vektorát tekintve, annak valós része az a-fázis komponensét adja,
mivel az a fázistengely egybeesik a komplex sík valós tengelyével.
tehát -> A Park-vektort és vele együtt a háromfázisú koordináta rendszert 120°-kal előre (+ irányban)
forgatva a komplex síkon a c-tengely kerül fedésbe a valós tengellyel, így az elforgatott Parkvektor valós része a c-fázis komponensét adja – az $u_0(t)$ zérus sorrendű összetevő nélkül:

további 120°-kal előre forgatva a b-fázis komponensét kapjuk:

$$Re\{\overline{u}(t)\} = \frac{2}{3}\left[u_a(t) - \frac{1}{2}u_b(t) - \frac{1}{2}u_c(t)\right] = u_a(t) - u_0(t)$$

$$Re\{\overline{a}\overline{u}(t)\} = \frac{2}{3}\left[-\frac{1}{2}u_a(t) - \frac{1}{2}u_b(t) + u_c\right] = u_c(t) - u_0(t)$$

$$Re\{\overline{a}^2\overline{u}(t)\} = \frac{2}{3}\left[-\frac{1}{2}u_a(t) + u_b(t) - \frac{1}{2}u_c(t)\right] = u_b(t) - u_0(t)$$

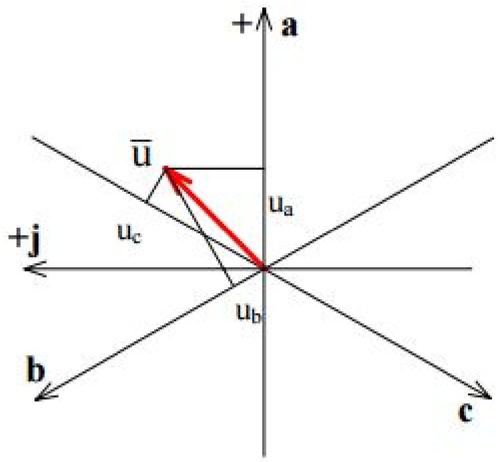
Grafikusan:

Ugyanezt az eredményt kapjuk grafikusan, ha a Park-vektort az egyes fázistengelyekre vetítjük. Ezt a matematika nyelvén úgy fogalmazhatjuk meg, hogy a Park-vektor skaláris szorzatát képezzük az egyes fázistengelyek irányába mutató egységvektorral:

$$u_a(t) - u_0(t) = 1 \cdot \overline{u}(t) = \frac{2}{3}\left(u_a - \frac{1}{2}u_b - \frac{1}{2}u_c\right),$$

$$u_b(t) - u_0(t) = \overline{a} \cdot \overline{u}(t) = \frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}u_a + u_b - \frac{1}{2}u_c\right),$$

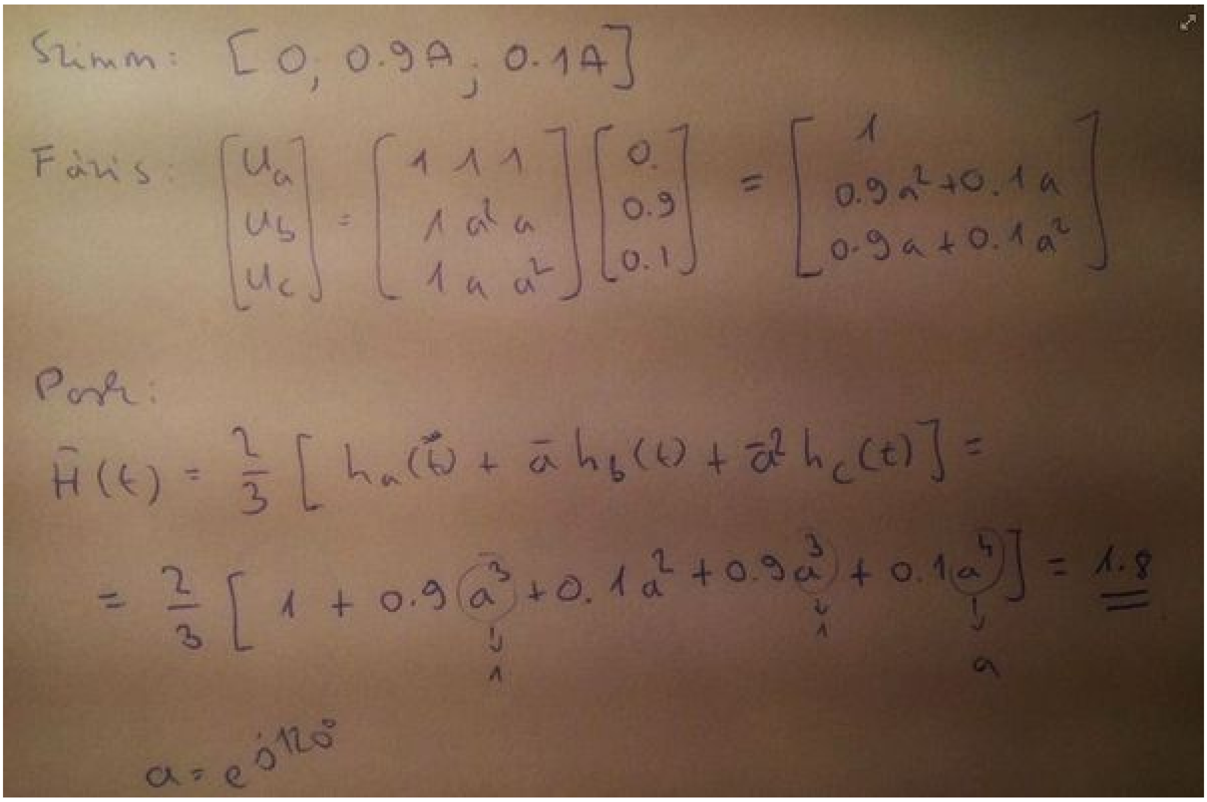
$$u_c(t) - u_0(t) = \overline{a}^2 \cdot \overline{u}(t) = \frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}u_a - \frac{1}{2}u_b + u_c\right)$$



5. A fázismennyiségek pillanatértékének meghatározásánál hogyan veszik számításba a zérus sorrendű összetevőket?

A zérus sorrendű mennyiségek Park-vektora zérus vektornak is tekinthető $u_0 = 0$. Emiatt - amennyiben a rendszer zérussorrendű összetevőt is tartalmaz, a Park-vektoros egyenlet mellé felírandó a zérussorrendű összetevő is, és visszatranszformációnál ezt a tagot hozzá kell adni a Park-vektorból számított fázismennyiséghez.

6. Írja fel egy 90% pozitív és 10% negatív sorrendű összetevőt tartalmazó 3 fázisú feszültség rendszer Park-vektorát.


Szimm: $[0,\ 0.9A;\ 0.1A]$

Fázis: $$\begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.9 \\ 0.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.9a^2+0.1a \\ 0.9a+0.1a^2 \end{bmatrix}$$

Park:

$$\bar{H}(t) = \frac{2}{3}\left[h_a(t) + \bar{a}\,h_b(t) + \bar{a}^2 h_c(t)\right] =$$

$$= \frac{2}{3}\left[1 + 0.9\underbrace{a^3}_{1} + 0.1a^2 + 0.9\underbrace{a^3}_{1} + 0.1\underbrace{a^4}_{a}\right] = \underline{\underline{1.8}}$$

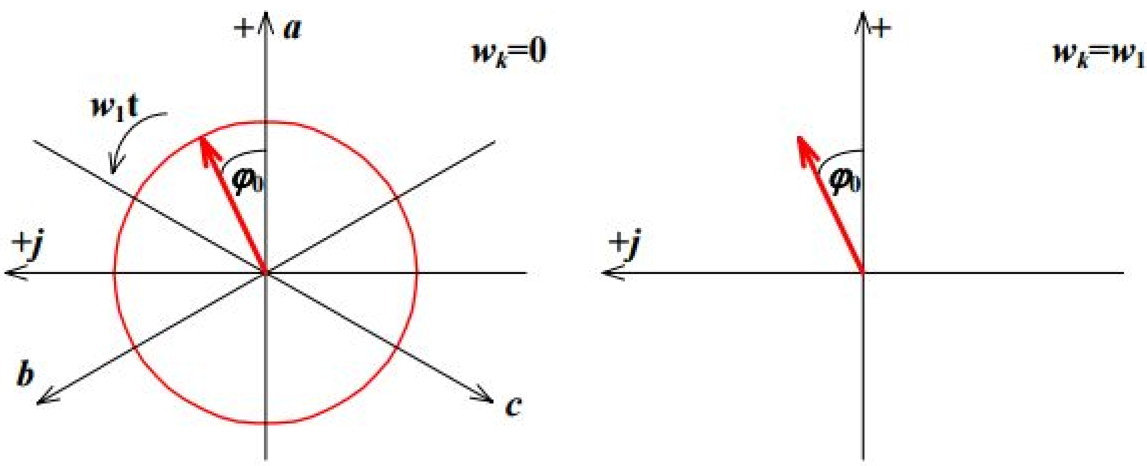
$a = e^{j120°}$

7. 3 fázisú, szimmetrikus, szinuszos időbeli lefolyású jelek esetén milyen kapcsolat van a Park-vektor nagysága (hossza) és a fázismennyiségek között?

A Park-vektor hossza megegyezik a fázis amplitúdó maximumával..

8. A Park-vektor diagram ábrázolásához milyen koordináta rendszereket célszerű alkalmazni?

A Park-vektort komplex síkon, kettős koordináta rendszerben (háromfázisú és ortogonális) ábrázolják.



Szimmetrikus, 3 fázisú, időben szinuszosan változó mennyiség Park-vektor diagramja álló és szinkron forgó koordináta rendszerben

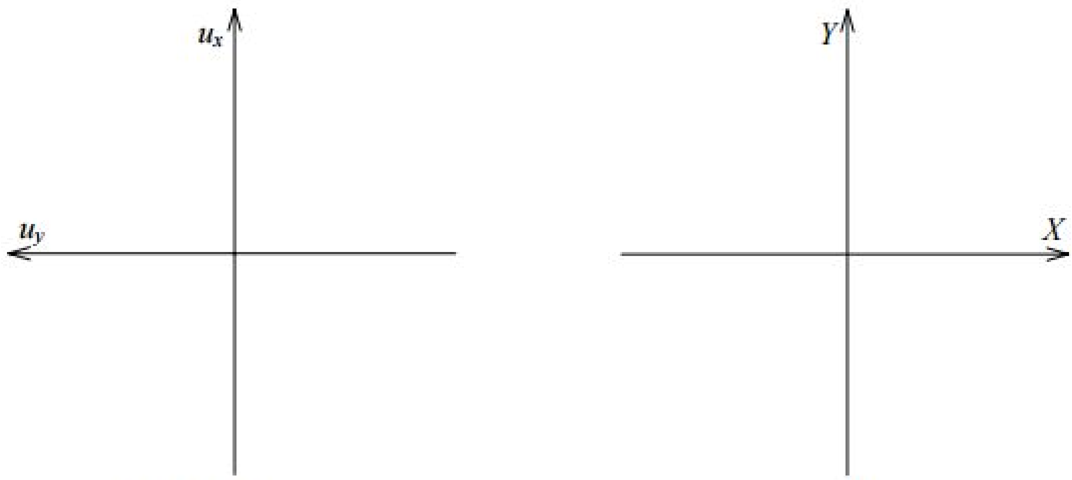
Park-vektor diagram (görbe, pálya): a Park-vektor végpontjának mértani helye (állandósult állapotban 1 periódus alatt).

A Park-vektor ábrázolható álló ($w_k=0$) vagy szinkron forgó ($w_k=w_1$) koordináta rendszerben (w_k – a koordináta rendszer szögsebessége).

9. Hogyan osszcillografálható az álló koordináta-rendszerbeli Park-vektor?

Az oszcilloszkóp függőleges bemenetét Y-al jelölve, a vízszintes eltérítést X-el, a Park-vektor komponenseket az alábbiak szerint kell az X-Y üzemmódú oszcilloszkóp bemeneteire adni, hogy a definíció szerinti diagramot kapjuk:

$$u_x \Rightarrow Y, \qquad -u_y \Rightarrow X$$



A Park-vektor és az oszcilloszkóp koordináta rendszere

10. Hogyan osszcillografálható a Park-vektor szinkron forgó koordináta rendszerben?

A Park-vektor megjeleníthető szinkron forgó koordináta rendszerben is, ehhez az összetevő-ket matematikai úton kell előállítani:

$$u_x = Re\{\bar{u}e^{-j\omega_1 t}\} \text{ és } u_y = Im\{\bar{u}e^{-j\omega_1 t}\}$$

11. Hogyan definiálják vonali feszültségek Park-vektorát?

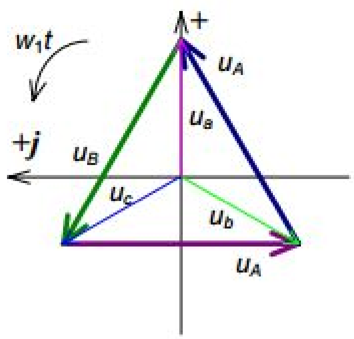
Az alább definiált vonali feszültségekből az eddigieknek megfelelően képezhető a vonali feszültségek u_v Park-vektora.

Az u_A, u_B, u_C vonali feszültségek időfüggvénye:

$$u_A(t) = u_b(t) - u_c(t) \quad \Big|\cdot\frac{2}{3},$$

$$u_B(t) = u_c(t) - u_a(t) \quad \Big|\cdot\frac{2}{3}\bar{a},$$

$$u_C(t) = u_a(t) - u_b(t) \quad \Big|\cdot\frac{2}{3}\bar{a}^2.$$



Fázis- és vonali feszültségek

A Park-vektor a definíciós összefüggésnek megfelelően:

$$\overline{u}_V(t) = \frac{2}{3}\left[u_A(t) + \overline{a}u_B(t) + \overline{a}^2 u_C(t)\right] =$$

$$= \frac{2}{3}\left[u_b(t) - u_c(t)\right] + \frac{2}{3}\overline{a}\left[u_c(t) - u_a(t)\right] + \frac{2}{3}\overline{a}^2\left[u_a(t) - u_b(t)\right] =$$

$$= \frac{2}{3}\overline{a}^2\left[u_a(t) + \overline{a}u_b(t) + \overline{a}^2 u_c(t)\right] - \frac{2}{3}\overline{a}\left[u_a(t) + \overline{a}u_b(t) + \overline{a}^2 u_c(t)\right] = \left(\overline{a}^2 - \overline{a}\right)\overline{u}(t) = -j\sqrt{3}\overline{u}(t).$$

A $\sqrt{3}$ szorzótényező a vonali- és a fázisfeszültség közötti aránynak megfelelő.
A vonali feszültségek iránya (tengelye) a komplex síkon a megfelelő fázisfeszültségek tengelye felé mutató egységvektorokból határozható meg.

Az u_A feszültség tengelyének iránya: -> egységvektor:
ub tengely iránya: ; uc tengely iránya:

12. A fázis mennyiségek Park-vektorából hogyan számítható a vonali feszültségek Parkvektora?

A fázis feszültségek Park-vektora a komplex összetevőkkel:

$$\overline{u} = \mathrm{Re}\{\overline{u}\} + j\mathrm{Im}\{\overline{u}\}$$

amivel kifejezhető a vonali feszültségek Park-vektora:

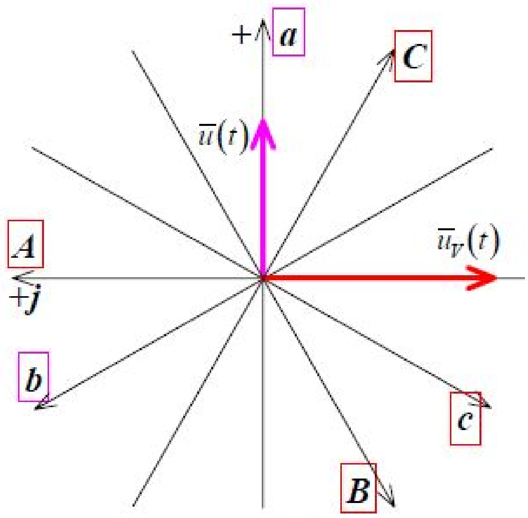
$$\overline{u}_V(t) = -j\sqrt{3}\overline{u}(t) = -j\sqrt{3}\mathrm{Re}\{\overline{u}\} + \sqrt{3}\mathrm{Im}\{\overline{u}\}$$

A vonali feszültségek pillanatértékét itt is az egyes tengelyekre eső vetület adja, de mivel az A-tengely egybe esik a komplex koordináta rendszer képzetes tengelyével, most a képzetes összetevőket kell meghatározni:

$$u_A(t) = \mathrm{Im}\{\overline{u}_V(t)\} = \mathrm{Im}\{-j\sqrt{3}\overline{u}(t)\} = -\sqrt{3}\mathrm{Re}\{\overline{u}(t)\},$$

$$u_B(t) = \mathrm{Im}\{\overline{a}^2\overline{u}_V(t)\} = -\sqrt{3}\mathrm{Re}\{\overline{a}^2\overline{u}(t)\},$$

$$u_C(t) = \mathrm{Im}\{\overline{a}\overline{u}_V(t)\} = -\sqrt{3}\mathrm{Re}\{\overline{a}\overline{u}(t)\}.$$



A fázis feszültségek $\overline{u}$ és a vonali feszültségek $\overline{u}_V$ Park-vektora, illetve az A, B, C tengelyek iránya

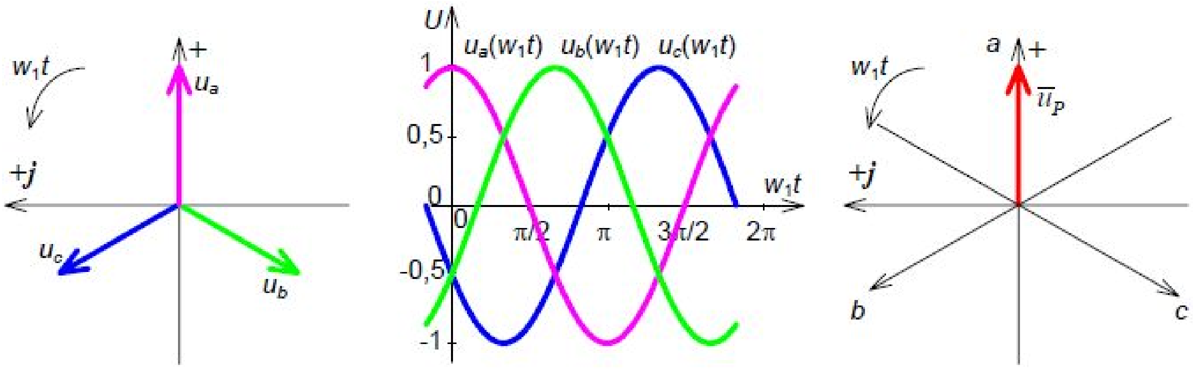
13. Mi a különbség egy időbeli fazor és egy Park-vektor között?

A Park-vektor a szinuszos térbeli eloszlás időbeli változását mutatja, a fazorábra pedig a szinuszos időbeli változást reprezentálja.

Fazor	Park-vektor
Csak időbeli változás	Időbeli és térbeli változás
frekvenciánként külön fazor írandó fel	tartalmazza az összes frekvenciát
fázisonként külön fazor írandó fel tartalmazza a zérussorrendet	tartalmazza az összes fázist nem tartalmazza a zérussorrendű összetevőt

14. Milyen kapcsolat van a szimmetrikus összetevők és a Park-vektor között?

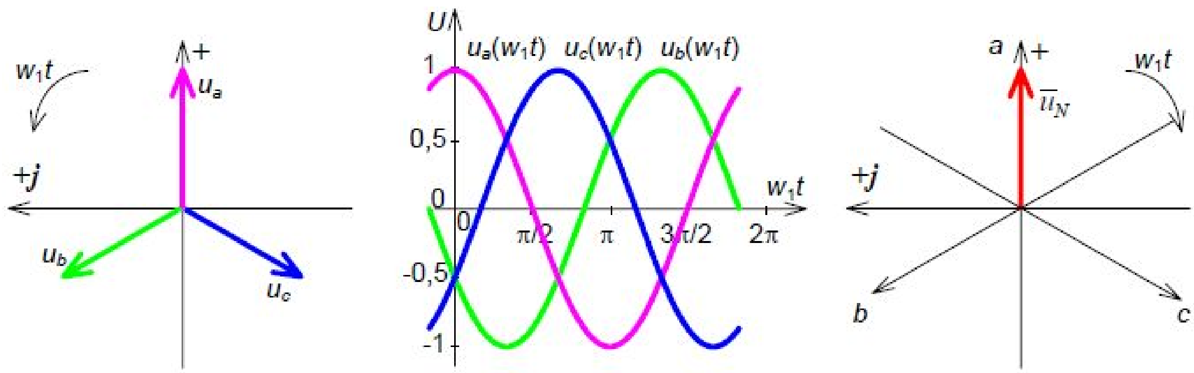
A Park-vektor a szinuszos térbeli eloszlás időbeli változását mutatja, a fazorábra pedig a szinuszos időbeli változást reprezentálja. A szimmetrikus összetevők rendszere a fázisonként eltérő fazorokat (tehát szinusz függvény szerint változó aszimmetrikus fázismennyiségeket) helyettesíti. A Park-vektor tartalmazza mindhárom fázis aktuális változóját (a zérus sorrendű komponens nélkül). Az ábrák szerinti feszültségrendszer Park-vektora egybe esik az U_a fazorral és egymagában képviseli a három fázisfeszültséget a három fázistengelyre eső vetületével.



fázorábrája

Pozitív sorrendű feszültségrendszer időfüggvénye

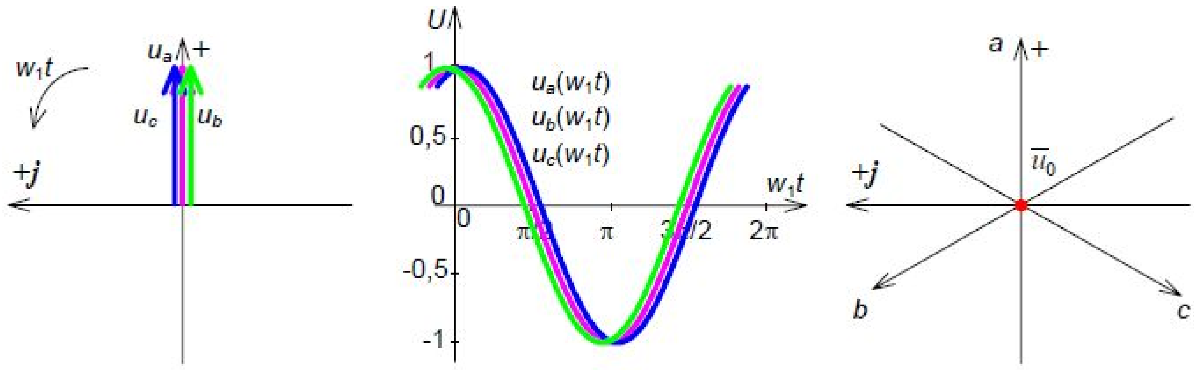
Park-vektora



fázorábrája

Negatív sorrendű feszültségrendszer időfüggvénye

Park-vektora



fázorábrája — *Zérus sorrendű feszültségrendszer időfüggvénye* — *Park-vektora*

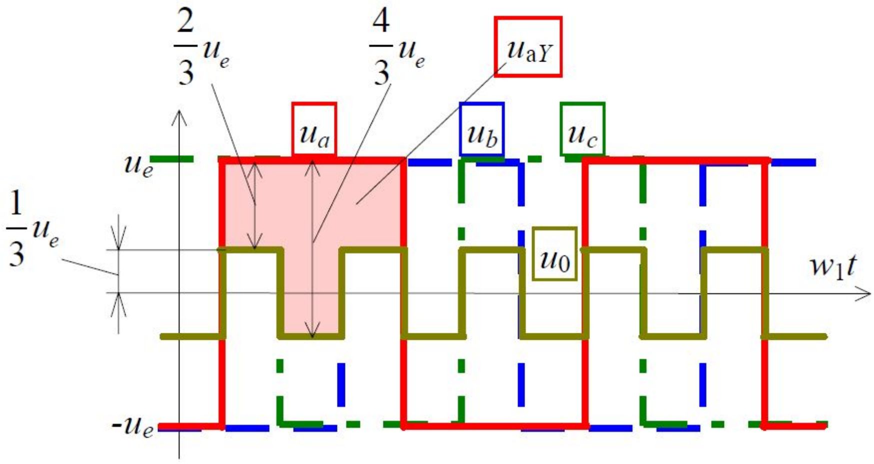
15. Mutassa be, hogy egyszerű (nem ISZM) feszültséginverteres táplálásnál milyen a fázisfeszültség időfüggvénye az inverter egyenáramú körének középpontjához képest.

A fázistekercsekre jutó feszültség a fázis kapcsok és a csillagpont potenciáljának különbsége:

$u_{aY}=u_a-u_Y$,

$u_{bY}=u_b-u_Y$,

$u_{cY}=u_c-u_Y$.



Az aszinkron gép feszültségeinek időfüggvénye egyszerű inverteres táplálásnál

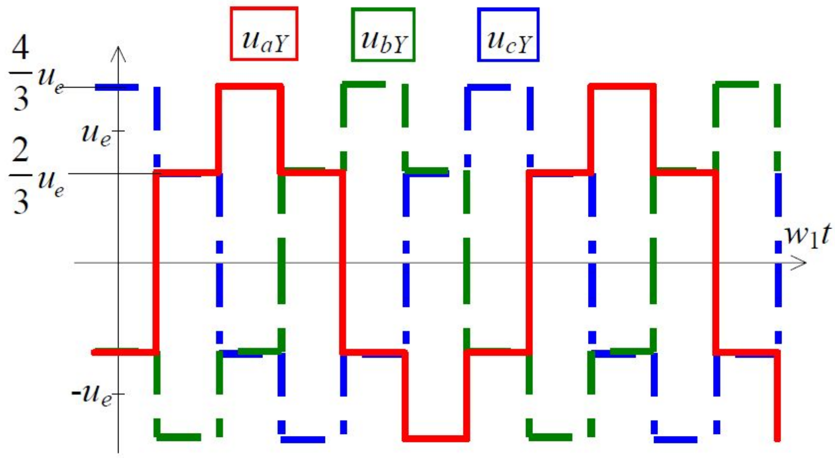
u_e – a közbülső kör (egyen) feszültségének fele,

u_Y – a motor állórész tekercselés csillagpontjának feszültsége a 0-ponthoz képest,

u_{aY}, u_{bY}, u_{cY} – az egyes fázistekercsek feszültsége (a motor csillagpontjához képest),

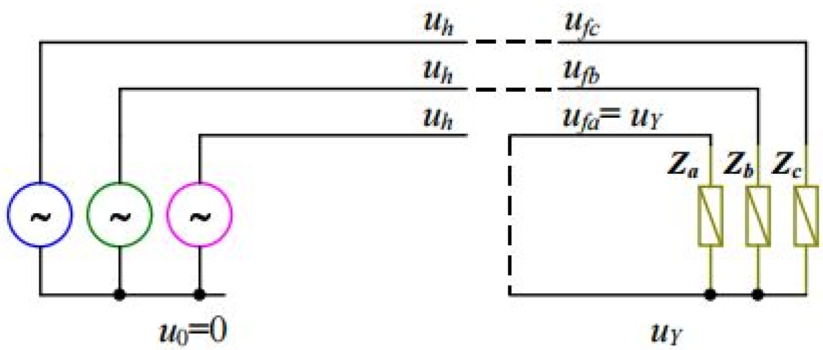
u_a, u_b, u_c – az egyes fáziskapcsok feszültsége a 0-ponthoz képest.

16. Mutassa be, hogy egyszerű (nem ISZM) feszültséginverteres táplálásnál milyen a fázisfeszültség időfüggvénye a motor csillagpontjához képest.

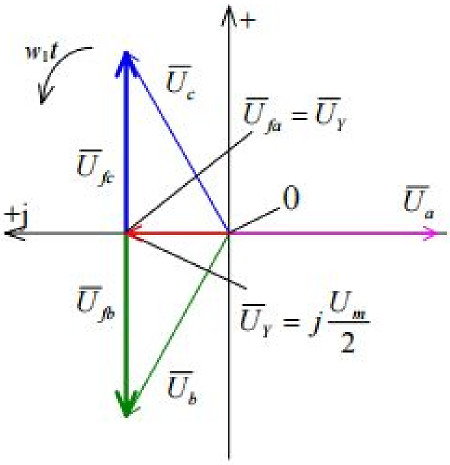


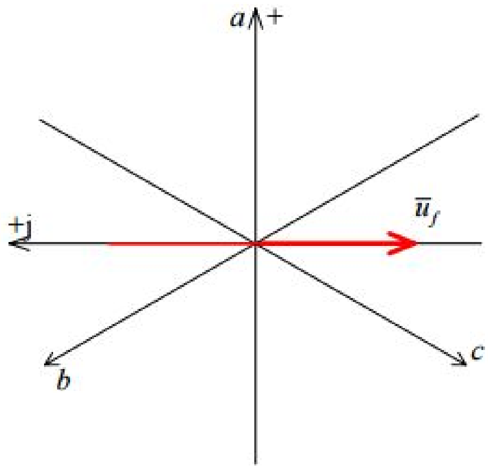
A fázistekercsek feszültségének időfüggvénye egyszerű inverteres táplálásnál

17. Illusztrálja, hogy milyen pályát írhat le az áram Park-vektora, ha az a fázis árammentes.



Szimmetrikus 3 fázisú fogyasztó kétfázisú táplálása - áramköri vázlat





Az a fázis fogyasztójának feszültsége a fogyasztói csillagponthoz képest azonosan nulla, ezért a Park-vektor az árammentes fázis tengelyére merőleges pályát ír le (az uA vonali feszültség irányában lüktet $\frac{\sqrt{3}}{2}u_f$ amplitúdóval)

18. Értelmezze a skalár függvény skalár együtthatós Fourier-sorát.

Ha az $f(x)$ függvény 2π szerint periodikus, vagyis $f(x)=f(x+2\pi)$, akkor

$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{\nu=1}^{\infty}\left(a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x\right)$, x – az általános független változó, váltakozó áramú rendszerekben pl. $w_1 t$.

A trigonometrikus sor együtthatói:

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)dx\,,$$

$$a_\nu=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos \nu x dx\,, \qquad \nu=1, 2, \ldots$$

$$b_\nu=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin \nu x dx\,, \qquad \nu=1, 2, \ldots$$

19. Értelmezze a skalár függvény komplex együtthatós Fourier-sorát.

Az Euler összefüggést alkalmazva a skalár függvény Fourier sorának együtthatóira $e^{jx}=\cos x + j\sin x$, *ebből* $e^{-jx}=\cos x - j\sin x$. Behelyettesítve a sor egyenletébe:

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{\nu=1}^{\infty}\left(a_\nu\frac{e^{j\nu x}+e^{-j\nu x}}{2}+b_\nu\frac{e^{j\nu x}-e^{-j\nu x}}{2j}\right)=$$

$$=\frac{a_0}{2}+\frac{1}{2}\sum_{\nu=1}^{\infty}\left[a_\nu\left(e^{j\nu x}+e^{-j\nu x}\right)-jb_\nu\left(e^{j\nu x}-e^{-j\nu x}\right)\right],$$

amit átalakítva

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\frac{1}{2}\sum_{\nu=1}^{\infty}\left[\left(a_\nu-jb_\nu\right)e^{j\nu x}+\left(a_\nu+jb_\nu\right)e^{-j\nu x}\right].$$

Jelöljük a komplex együtthatókat $\overline{c}$ -vel az alábbiak szerint:

$$\overline{c}_0=\frac{a_0}{2},$$

$$\overline{c}_\nu=\frac{a_\nu-jb_\nu}{2}=\frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{2\pi} f(x)\cos \nu x dx - j\int_0^{2\pi} f(x)\sin \nu x dx\right], \qquad 1\le \nu<\infty,$$

$$\overline{c}_{(-\nu)}=\frac{a_\nu+jb_\nu}{2}=\frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{2\pi} f(x)\cos \nu x dx - j\int_0^{2\pi} f(x)\sin \nu x dx\right], \qquad -\infty<\nu\le -1,$$

vagy egységes formulával $\overline{c}_\nu$ az $f(x)$ függvény Fourier-sorának komplex együtthatója, amit az alábbi integrállal határozhatunk meg:

$$\overline{c}_\nu=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)e^{-j\nu x}dx \qquad -\infty<\nu<\infty.$$

Ezzel a függvény sorának alakja:

$$f(x)=\sum_{\nu=-\infty}^{\infty}\overline{c}_\nu e^{j\nu x}.$$