

Sztoczasztika vizsga

2010. január 12.

Felsőbb matematika tárgy, Villamosmérnök MSc

1. Azt szeretnénk megtudni, hogy a bukósíások színe és a baleseti sérülések között van-e összefüggés. Az utóbbi néhány év adatai alapján a következő táblázatot kaphatjuk:

	fekete	fehér	sárga/narancs
Kontroll (nem sérült)	491	377	31
Balesetes (sérült vagy meghalt)	213	112	8

$\epsilon = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűséggel döntsünk arról a hipotézisről, hogy a csoport (kontroll vagy balesetes) független a bukósíások színétől. (7 pont)

2. Egy fogyasztáscsökkentő szerkezetet hatásosságát vizsgáljuk azonos évben gyártott, piros színű, Lada 1500-as típusú gépkocsik esetén. Az alábbi két minta 10 autó fogyasztási adatait tartalmazza. Az első sorban 5 darab szerkezet nélküli gépkocsi, a második sorban 5 darab szerkezettel felszerelt gépkocsi fogyasztási értékei találhatóak. Szeretnénk megtudni, hogy csökkentette-e a szerkezet a fogyasztást. Milyen típusú próbát alkalmazunk ennek kiderítésére? (Csak a próba nevét írja le a lehető legpontosabban.) [2 pont]

szerviz előtt	7,9	8,1	8,8	7,2	6,0
szerviz után	7,5	7,5	8,1	7,2	5,7

(2 pont)

3. Adott egy hat állapotú ($S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$) Markov-lánc a következő átmenetvalószínűség mátrixszal:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

(az állapot sorrend 1,2,3,4,5,6 felülről lefelé, illetve balról jobbra).

- Osztályozzuk az állapotokat, és ha vannak, határozzuk meg a Markov-lánc osztályait.
- Ha az 1-es állapotból indul a Markov-lánc, akkor hosszútávon hány százalékban lesz az egyes állapotokban? Válaszoljuk meg ugyanezt a kérdést, ha a folyamat a 6-os állapotból indul.
- Az első lépés előtt a Markov-lánc $\frac{1}{2}$ valószínűséggel van az 1-es állapotban és $\frac{1}{2}$ valószínűséggel a 4-es állapotban. Mi a valószínűsége annak, hogy az első lépés után az 5-ös állapotban van?
- Mi a valószínűsége annak, hogy a 4. lépés után a 4-es állapotban van, ha az első lépés után is a 4-es állapotban volt?
- Az i állapotba lépésnek a költsége i , $i = 1, 2, \dots, 6$. Mi a hosszútávú átlagos költsége a Markov-lánc lépéseinek?

(16 pont)