

Név: JAVÍTÓ	Nagypélda:	JEGY
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!

NAGYPÉLDA – 10 PONT (A megoldást külön lapra kérjük!)

Egy síkkondenzátor kör alakú lemezeinek sugara a , egymástól való távolságuk h ($a \gg h$). A z tengely a lemezek középpontján áthalad; az 1. lemezt a $z = 0$, a 2. lemezt a $z = h$ pontban metszi. A lemezek között homogén $\rho_0 > 0$ térfogati sűrűségű töltés helyezkedik el. A közeg permittivitása ε_0 . Legyen a föld zérus potenciálú.

a. Mindkét lemezt leföldeljük. Adja meg a potenciál maximális értékét a z tengely mentén a $z \in [0, h]$ intervallumon! (4 p.)

A Laplace-Poisson-egy. általános megoldása itt:

$$\varphi(z) = -\frac{\rho_0 z^2}{2\varepsilon_0} + Az + B \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{Peremfelt.: } \varphi(0) = \varphi(h) = 0 \quad (1 \text{ p.})$$

$$A = \frac{\rho_0 h}{2\varepsilon_0}, \quad B = 0 \quad (1 \text{ p.})$$

Látható, hogy a maximum helye $h/2$ (parabola), értéke:

$$\varphi_{\max} = \frac{\rho_0 h^2}{8\varepsilon_0} \quad (1 \text{ p.})$$

b. Mindkét lemezről eltávolítjuk a töltést és elszigeteljük őket a földtől. Adja meg a térerősség nagyságát a lemezek felszínén! (2 p.)

$$\text{Szimmetria miatt: } E(0) = E(h) = E \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{Gauss: } E = \frac{\rho_0 h}{2\varepsilon_0} \quad (1 \text{ p.})$$

c. Az 1. lemezt földeljük, a 2. lemez potenciálját U értéken tartjuk. Adja meg a potenciált a z tengelyen fekvő $z = h/2$ pontban! (4 p.)

Az a) pont gondolatmenete végigvihető, vagy alkalmazható a szuperpozíció. Ezzel:

$$\varphi(h/2) = \varphi_{\max} + U/2 \quad (4 \text{ p.})$$

KISPELDÁK – 5 × 2 PONT (Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!)

1. Egy szigetelőanyagban az elektromos térerősség vektora valamely pontban $\mathbf{E} = E_0(\hat{\mathbf{e}}_x + 3\hat{\mathbf{e}}_y)$, ugyanitt az elektromos eltolás vektora $\mathbf{D} = \varepsilon_0 E_0(4\hat{\mathbf{e}}_x + 5\hat{\mathbf{e}}_z)$. Adja meg a polarizáció vektorát!

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 E_0(3\hat{\mathbf{e}}_x - 3\hat{\mathbf{e}}_y + 5\hat{\mathbf{e}}_z)$$

2. Levegőben egy végtelen hosszú, egyenes, egyenletes töltéssűrűségű vonaltöltés helyezkedik el. A vonaltöltéstől 10 cm és 25 cm távolságban a skalárpotenciál 100 V és 65 V. Milyen távolságban zérus a potenciál értéke?

$$d = 1,37 \text{ m}$$

3. Két elektródából és a földből álló rendszerben a főkapacitás $C_{12} = 50 \text{ nF}$, a földkapacitások $C_{10} = 8 \text{ nF}$ és $C_{20} = 20 \text{ nF}$. Adja meg az 1. elektróda töltését, ha annak potenciálja a földhöz képest 900 V, míg a 2. elektróda töltetlen!

$$Q_1 = 20,1 \mu\text{C}$$

4. Egy igen hosszú, párhuzamos vezetópár két 2 mm sugarú, ideális vezetőből áll, amelyek tengelyei egymástól 22 mm távolságra vannak. A vezetők 5 S/m fajlagos vezetőképességű, homogén, rossz vezető közegben futnak, és közöttük 0,1 V egyenfeszültség mérhető. Adja meg a térfogati áramsűrűség nagyságát a vezetők tengelyeit összekötő, azokra merőleges szakasz felezőpontjában!

$$J = 19,0 \text{ A/m}^2$$

5. A Γ felület σ_1 és σ_2 fajlagos vezetőképességű közegeket választ el egymástól, a felület normálvektora az 1-esből a 2-es közegbe mutató irányítással $\hat{\mathbf{n}}$. A közegekben stationárius áramlási tér alakult ki. Milyen folytonossági feltétel vonatkozik a φ skalárpotenciál $\hat{\mathbf{n}}$ irányú deriváltjára a Γ felület mentén?

$$\sigma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \sigma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n}$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)

Név: JAVÍTÓ	Nagypélda:	JEGY
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!

NAGYPÉLDA – 10 PONT (A megoldást külön lapra kérjük!)

Egy síkkondenzátor kör alakú lemezeinek sugara a , egymástól való távolságuk h ($a \gg h$). A z tengely a lemezek középpontján áthalad; az 1. lemezt a $z = 0$, a 2. lemezt a $z = h$ pontban metszi. A lemezek között homogén $\rho_0 > 0$ térfogati sűrűségű töltés helyezkedik el. A közeg permittivitása ε_0 . Legyen a föld zérus potenciálú.

- a. Mindkét lemezről eltávolítjuk a töltést és elszigeteljük őket a földtől. Adja meg a térerősség nagyságát a lemezek felszínén! (2 p.)

$$\text{Szimmetria miatt: } E(0) = E(h) = E \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{Gauss: } E = \frac{\rho_0 h}{2\varepsilon_0} \quad (1 \text{ p.})$$

- b. Mindkét lemezt leföldeljük. Adja meg a térerősség nagyságát a hely függvényében a z tengely mentén a lemezek között! (4 p.)

A Laplace-Poisson-egy. általános megoldása itt:

$$\varphi(z) = -\frac{\rho_0 z^2}{2\varepsilon_0} + Az + B \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{Peremfelt.: } \varphi(0) = \varphi(h) = 0 \quad (1 \text{ p.})$$

$$A = \frac{\rho_0 h}{2\varepsilon_0}, \quad B = 0 \quad (1 \text{ p.})$$

$$E(z) = -\frac{d\varphi}{dz} = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}(z - h/2) \quad (1 \text{ p.})$$

- c. Az 1. lemezt földeljük, a 2. lemez potenciálját U értéken tartjuk. Adja meg a térerősség nagyságát a z tengelyen fekvő a $z = h/2$ pontban! (4 p.)

Az b) pont gondolatmenete végigvihető, vagy alkalmazható a szuperpozíció. Ezzel:

$$E^*(h/2) = |E(h/2) - U/h| = |U/h| \quad (4 \text{ p.})$$

KISPELDÁK – 5 × 2 PONT (Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!)

1. Egy igen hosszú, párhuzamos vezetópár két 2 mm sugarú, ideális vezetőből áll, amelyek tengelyei egymástól 22 mm távolságra vannak. A vezetők 5 S/m fajlagos vezetőképességű, homogén, rossz vezető közegben futnak, és közöttük 0,1 V egyenfeszültség mérhető. Adja meg az elektromos térerősség maximális nagyságát a vezetők felületén!

$$E_{\max} = 11,4 \text{ V/m}$$

2. Levegőben egy végtelen hosszú, egyenes, egyenletes töltéssűrűségű vonaltöltés helyezkedik el. A vonaltöltéstől 30 cm és 60 cm távolságban a skalárpotenciál 100 V és 50 V. Milyen távolságban -100 V a potenciál értéke?

$$d = 480 \text{ cm}$$

3. Két elektródából és a földből álló rendszerben a főkapacitás $C_{12} = 50$ nF, a földkapacitások $C_{10} = 8$ nF és $C_{20} = 20$ nF. Adja meg az 1. elektróda töltését, ha annak potenciálja a földhöz képest 900 V, míg a 2. elektróda földelt!

$$Q_1 = 52,2 \mu\text{C}$$

4. Egy szigetelőanyagban az elektromos térerősség vektora valamely pontban $\mathbf{E} = E_0(2\hat{\mathbf{e}}_x + 3\hat{\mathbf{e}}_z)$, ugyanitt az elektromos eltolás vektora $\mathbf{D} = \varepsilon_0 E_0(4\hat{\mathbf{e}}_x + 5\hat{\mathbf{e}}_y)$. Adja meg a polarizáció vektorát!

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 E_0(2\hat{\mathbf{e}}_x + 5\hat{\mathbf{e}}_y - 3\hat{\mathbf{e}}_z)$$

5. A Γ felület σ_1 és σ_2 fajlagos vezetőképességű közegeket választ el egymástól. Az áram-sűrűség vektorának a felülettel párhuzamos összetevője az 1. ill. a 2. közegben $\mathbf{J}_{t,1}$ ill. $\mathbf{J}_{t,2}$. Milyen összefüggés áll e két vektorra a Γ felület mentén?

$$\mathbf{J}_{t,1}/\sigma_1 = \mathbf{J}_{t,2}/\sigma_2$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)