

1. Két konstans érték között ugrásszerűen váltakozó jelet detektálunk egyetlen zajos megfigyelésre alapozva. A megfigyelések független, Gauss eloszlású valószínűségi változók  $a$  és  $7a$  ( $a=3$ ) várható értékkel,  $\sigma_n=0.5$  szórással.  $H_0$  jelzi azt a hipotézist, hogy a jel  $a$  értékű. Ennek a priori valószínűsége  $P_0=0.9$ .  $H_1$  jelzi az a hipotézist, hogy a jel  $7a$  értékű. Ennek a priori valószínűsége  $P_1=0.1$ . A feltételes sűrűségfüggvények:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_n} e^{-\frac{(z-a)^2}{2\sigma_n^2}} \quad \text{ill.} \quad \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma_n} e^{-\frac{(z-7a)^2}{2\sigma_n^2}}$$

A költségek:  $C_{10}=C_{01}=10$ ;  $C_{00}=C_{11}=0$ . Határozza meg a döntési küszöb értékét (max. 6 pont)! Mi a feltétele annak, hogy a döntési küszöb  $4a$  legyen (max. 2 pont)?

2. Egy megfigyelés a posteriori sűrűségfüggvénye csak a  $[0,4]$  intervallumban különbözik nullától.  $[0,1]$  között  $0.125$ , majd  $(1,3)$  között lineárisan nő  $0.125$ -ről  $0.625$ -re, végül  $[3,4]$  között konstans. Határozza meg a minimális átlagos négyzetes hibájú becslőt (max. 6 pont)!
3. Mérendő egy ismeretlen paraméter:  $z = a + n$ . Az ismeretlen  $a$  paraméter és az  $n$  zaj Gauss eloszlású, ismert várható értékkel és varianciával.  $E\{a\} = \mu_a$ ,  $\text{var}\{a\} = \sigma_a^2$ ,  $E\{n\} = 0$ ,  $\text{var}\{n\} = \sigma_n^2$ . Használja a maximum a posteriori (MAP) becslés technikáját, és adja meg a paraméter legjobb MAP becslését (max. 5 pont)! Bizonyára ismeri, hogy:

$$\left. \frac{\partial f(a|z)}{\partial a} \right|_{a=\hat{a}_{MAP}} = 0, \quad f(a|z) = \frac{f(z|a)f(a)}{f(z)}$$

4. Vezesse le az adaptív lineáris kombinátor esetére érvényes Wiener-Hopf egyenletet (max. 4 pont)! Legyen  $X^T(n) = [\sin(2\pi n/N) \quad \sin(2\pi(n-1)/N)]$ , azaz egy szinuszos hullámforma két egymás utáni mintája.  $y(n) = 3 \cos(2\pi n/N)$ . Hogyan válasszuk meg a  $W^T(n) = [w_0(n) \quad w_1(n)]$  paramétereket ahhoz, hogy a közelítés négyzetes hibája minimális legyen (max. 4 pont)?
5. Vezesse le, hogyan vezetjük vissza az adaptív IIR szűrők problémáját adaptív FIR szűrési problémára (max. 3 pont)!
6. Vezesse le a skalár Kalman szűrő optimális paramétereit megadó ortogonalitási feltételeket (max. 3 pont)!
7. Egy autonóm diszkrét idejű rendszer állapotátmenet mátrixa:  $A = \text{diag}\langle 1, -1 \rangle$ , megfigyelési mátrixa  $C = [0.3, 0.3]$ . Megfigyelőt tervezünk. Tegyen javaslatot a  $G$  mátrix elemeinek értékére ( $A = \text{diag}\langle \dots \rangle$  jelölés diagonális mátrixot jelöl, melynek csak a főátlóban vannak nullától különböző elemei.) (max. 4 pont)!
8. Vezesse le a csúszó-ablakos átlagolás összefüggését, és amplitúdó-karakterisztikáját (max. 3 pont)!