

Bevezető matematika B, 2. zárthelyi dolgozat, **A** csoport

2018. december 7.

Munkaidő: 90 perc. A dolgozat megírásához semmilyen segédeszköz nem használható.

Név: _____ Neptun-kód: _____ Kurzus: _____

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Σ

Feladatok

1. (6 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{2-x} \cdot \frac{27}{\sqrt{3^{6x-8}}} = 81^{x-1}$$

2. (7 pont) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x^2 + x) > 0$$

3. (6 pont) Határozza meg az alábbi függvény értelmezési tartományát és zérushelyeit (hozza a törtet a lehető legegyszerűbb alakra):

$$f(x) = \frac{x^3(x^2 - 1) - x(x^2 - 1)^2}{(x - 1)^4(x + 1)}$$

4. (6 pont) Invertálható-e az alábbi függvény? Ha igen, írja fel az inverzét (a választ indokolja):

$$f(x) = 8 + \frac{3}{x - 5}, \quad x > 5$$

5. (7 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a $[0; 2\pi]$ zárt intervallumon:

$$2 \cos x \cos 2x = \sin 2x$$

6. (6 pont) Mennyi az $\mathbf{a} = (2; -1)$ és $\mathbf{b} = (3; 4)$ vektorok által közbezárt szög koszinusza?

7. (6 pont) Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely merőleges a $4x - 5y = 6$ egyenletű egyenesre, és átmegy az $x^2 + y^2 - 6x + 10y = 4$ egyenletű kör középpontján.

8. (6 pont) Két dobókockával dobunk egyszer. Mi annak a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 4-nél nagyobb, és páros?

Bevezető matematika B, 2. zárthelyi dolgozat, B csoport

2018. december 7.

Munkaidő: 90 perc. A dolgozat megírásához semmilyen segédeszköz nem használható.

Név: _____ Neptun-kód: _____ Kurzus: _____

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Σ

Feladatok

1. (6 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{5-x} \cdot \frac{32}{\sqrt{2^{8x-6}}} = 16^{x-2}$$

2. (7 pont) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\log_{\frac{1}{5}}(6x^2 + x) > 0$$

3. (6 pont) Határozza meg az alábbi függvény értelmezési tartományát és zérushelyeit (hozza a törtet a lehető legegyszerűbb alakra):

$$f(x) = \frac{x^3(x^2 - 1) - x(x^2 - 1)^2}{(x + 1)^4(x - 1)}$$

4. (6 pont) Invertálható-e az alábbi függvény? Ha igen, írja fel az inverzét (a választ indokolja):

$$f(x) = 7 - \frac{6}{x+2}, \quad x > -2$$

5. (7 pont) Oldja meg az alábbi egyenletet a $[0; 2\pi]$ zárt intervallumon:

$$\sin 2x = 2 \cos x \cos 2x$$

6. (6 pont) Mennyi az $\mathbf{a} = (3; 1)$ és $\mathbf{b} = (4; -3)$ vektorok által közbezárt szög koszinusza?

7. (6 pont) Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely merőleges a $7x - 3y = 2$ egyenletű egyenesre, és átmegy az $x^2 + y^2 + 8x - 4y = 5$ egyenletű kör középpontján.

8. (6 pont) Két dobókockával dobunk egyszer. Mi annak a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 4-nél nagyobb, és páratlan?

Pontozási útmutató

1.

Bal és jobb oldal közös alapra hozása: 4 pont
Kitevők egyenlősége és helyes eredmény: 2 pont

$$\text{Reduce} \left[\left(\frac{1}{9} \right)^{2-x} * \frac{27}{\sqrt{3^{6x-8}}} = 81^{x-1}, x, \text{Reals} \right]$$

$$x = \frac{7}{5}$$

$$\text{Reduce} \left[\left(\frac{1}{8} \right)^{5-x} * \frac{32}{\sqrt{2^{8x-6}}} = 16^{x-2}, x, \text{Reals} \right]$$

$$x = \frac{1}{5}$$

2.

Logaritmus értelmezési tartománya: 2 pont
Az x -re vonatkozó másodfokú egyenlőtlenség felírása: 1 pont, megoldása: 2 pont
A feladat megoldása: 2 pont

$$\text{Reduce} [\text{Log}[1/3, 2x^2 + x] > 0, x, \text{Reals}]$$

$$-1 < x < -\frac{1}{2} \quad || \quad 0 < x < \frac{1}{2}$$

$$\text{Reduce} [\text{Log}[1/5, 6x^2 + x] > 0, x, \text{Reals}]$$

$$-\frac{1}{2} < x < -\frac{1}{6} \quad || \quad 0 < x < \frac{1}{3}$$

3.

Értelmezési tartomány: 1 pont
Egyszerűsítés: 4 pont
Zérushely: 1 pont

$$\frac{x^3 (x^2 - 1) - x (x^2 - 1)^2}{(x - 1)^4 (x + 1)} \quad // \text{Factor}$$

$$\frac{x}{(-1 + x)^3}$$

$$\frac{x^3 (x^2 - 1) - x (x^2 - 1)^2}{(x + 1)^4 (x - 1)} \quad // \text{Factor}$$

$$\frac{x}{(1 + x)^3}$$

4.

Invertálhatóság indoklása: 2 pont

Inverzre vonatkozó képlet felírása: 3 pont, inverz értelmezési tartománya: 1 pont

5.

$$2 \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) = 2 \sin x \cos x \quad (1 \text{ pont})$$

$$\cos x (1 - 2 \sin^2 x - \sin x) = 0 \quad (2 \text{ pont})$$

 $\cos x = 0$ megoldása: 1 pont

 $1 - 2 \sin^2 x - \sin x = 0$ megoldása: 3 pont

Reduce [2 Cos [x] Cos [2 x] - Sin [2 x] == 0 && 0 ≤ x ≤ 2 π, x, Reals]

$$x == \frac{\pi}{6} \quad || \quad x == \frac{\pi}{2} \quad || \quad x == \frac{5\pi}{6} \quad || \quad x == \frac{3\pi}{2}$$

Reduce [Sin [2 x] - 2 Cos [x] Cos [2 x] == 0 && 0 ≤ x ≤ 2 π, x, Reals]

$$x == \frac{\pi}{6} \quad || \quad x == \frac{\pi}{2} \quad || \quad x == \frac{5\pi}{6} \quad || \quad x == \frac{3\pi}{2}$$

6.

Skaláris szorzat felírása kétféleképpen: 2 pont + 2 pont

A szög koszinuszának meghatározása: 2 pont

$$\text{skalár}[a_ , b_] := a[[1]] b[[1]] + a[[2]] b[[2]]$$

$$\text{abs}[a_] := \sqrt{a[[1]]^2 + a[[2]]^2}$$

$$\text{szög}[a_ , b_] := \frac{\text{skalár}[a, b]}{\text{abs}[a] \text{abs}[b]}$$

$$\text{szög}[\{3, 1\}, \{4, -3\}]$$

$$\text{szög}[\{2, -1\}, \{3, 4\}]$$

$$\frac{9}{5\sqrt{10}}$$

$$\frac{2}{5\sqrt{5}}$$

7.

Kör középpontja: 1 pont

Egyenes normálvektora: 2 pont

Egyenes egyenlete: 3 pont

8.

Kedvező esetek száma: 3 pont

Összes esetek száma: 2 pont

Valószínűség: 1 pont