

Név: <b>JAVÍTÓ</b>	Nagypélda:	<b>JEGY</b>
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!

**Nagypélda – Σ 10 pont** (A megoldást külön lapra kérjük!)

Egy ideális, légszigetelésű távvezeték bemenetére feszültségforrás csatlakozik. A forrásfeszültség időfüggvénye  $u_s(t) = 100 \text{ V} \cdot \cos(2\pi ft)$ , frekvenciája  $f = 54 \text{ MHz}$ . A távvezeték hullámimpedanciája  $Z_0 = 50 \Omega$ , hossza  $h = 12,5 \text{ m}$ . A távvezeték kimenetét két pólus zárja le, amelynek impedanciája az adott frekvencián  $Z = (50 + j100) \Omega$  értékű.

a. Számítsa ki a reflexió tényezőt a távvezeték kimeneti végén!

(1 pont)

$$r_2 = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{j100}{100 + j100} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\pi/4} = \underline{0,5 + j0,5}$$

b. Határozza meg a távvezeték lezárásán mérhető  $i_2(t)$  áram-időfüggvényt!

(2 pont)

$$\beta h = \frac{2\pi f}{c} h = \frac{2\pi \cdot 54 \cdot 10^6 \cdot 12,5}{3 \cdot 10^8} = 4,5\pi$$

$$e^{j\beta h} = j, \quad \cos(\beta h) = 0, \quad \sin(\beta h) = 1$$

$$U_s = ZI_2 \cos(\beta h) + jZ_0 I_2 \sin(\beta h) \Rightarrow 100 = j50I_2 \Rightarrow I_2 = -j2 \text{ A}, \quad i_2(t) = \underline{2 \text{ A} \cdot \cos(\omega t - \pi/2)}$$

Alternatív megoldás:

$$U_s = U_2^+ (e^{j\beta h} + r_2 e^{-j\beta h}) \Rightarrow 100 = U_2^+ (j - j0,5 + 0,5) \Rightarrow U_2^+ = 100\sqrt{2} e^{-j\pi/4} \Rightarrow$$

$$I_2 = \frac{U_2^+}{Z_0} (1 - r_2) = \frac{100\sqrt{2} e^{-j\pi/4}}{50} (0,5 - j0,5) = -j2 \text{ A}, \quad i_2(t) = \underline{2 \text{ A} \cdot \cos(\omega t - \pi/2)}$$

c. Határozza meg a beeső és a reflektált áramhullám-komponensek komplex amplitúdóját a távvezeték kimeneti végén!

(2 pont)

$$I_2 = I_2^+ (1 - r_2) \Rightarrow I_2^+ = \frac{-j2}{0,5 - j0,5} = 2\sqrt{2} e^{-j\pi/4} \text{ A} = \underline{(2 - j2) \text{ A}}$$

$$I_2^- = -r_2 I_2^+ = -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\pi/4} \cdot 2\sqrt{2} e^{-j\pi/4} = \underline{-2 \text{ A}}$$

Alternatív megoldás:

$$I_2^+ = \frac{U_2^+}{Z_0} = \frac{100\sqrt{2} e^{-j\pi/4}}{50} = 2\sqrt{2} e^{-j\pi/4} \text{ A} = \underline{(2 - j2) \text{ A}}$$

$$I_2^- = -r_2 I_2^+ = -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\pi/4} \cdot 2\sqrt{2} e^{-j\pi/4} = \underline{-2 \text{ A}}$$

d. Számítsa ki a feszültség komplex amplitúdóját a távvezeték közepén!

(3 pont)

$$\beta h/2 = 2,25\pi, \quad e^{j\beta h/2} = e^{j\pi/4}, \quad \cos(\beta h/2) = 1/\sqrt{2} = \sin(\beta h/2)$$

$$U(h/2) = ZI_2 \cos(\beta h/2) + jZ_0 I_2 \sin(\beta h/2) = -j2 \left[ (50 + j100)/\sqrt{2} + j50/\sqrt{2} \right] =$$

$$= \underline{(212,13 - j70,71) \text{ V}} = \underline{223,61 e^{-j0,3218} \text{ V}} \quad (0,3218 \text{ rad} = -18,43^\circ)$$

Alternatív megoldás:

$$U(h/2) = U_2^+ (e^{j\beta h/2} + r_2 e^{-j\beta h/2}) = 100\sqrt{2} e^{-j\pi/4} \left( e^{j\pi/4} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\pi/4} e^{-j\pi/4} \right) = \dots$$

e. Mekkora a távvezeték mentén mérhető legnagyobb áramamplitúdó?

(1 pont)

$$|I|_{\max} = |I_2^+| (1 + |r_2|) = 2\sqrt{2} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \underline{4,8284 \text{ A}}$$

f. Adja meg az állóhullámarányt!

(1 pont)

$$\sigma = \frac{1 + |r_2|}{1 - |r_2|} = \frac{1 + \sqrt{2}/2}{1 - \sqrt{2}/2} = \underline{5,8284}$$

**Kispéldák – 5 × 2 pont** (Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!)

1. Egy levegőben terjedő síkhullám elektromos térerősségének hely- és időfüggése:

$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{e}_x \cdot [10 \cos(\omega t - \beta z)] \text{ mV/m}$ . Adja meg a mágneses térerősség hely- és időfüggését!

$$\mathbf{H}(z, t) = \underline{\mathbf{e}_y \cdot [26,53 \cos(\omega t - \beta z)] \mu\text{A/m}}$$

2. Levegőből érkező, lineárisan polarizált síkhullám merőlegesen esik egy  $\epsilon_r = 2,25$  dielektromos állandójú, veszteségmentes szigetelőanyag sík határfelületére. Az elektromos térerősség amplitúdója az anyaghatáron  $40 \text{ mV/m}$ . Adja meg ugyanitt a mágneses térerősség amplitúdóját!

$$|\mathbf{H}| = \underline{159,15 \mu\text{A/m}}$$

3. Egy  $r_0 = 1 \text{ mm}$  sugarú, hengeres alumínium vezetőben váltakozóáram folyik, melynek frekvenciáján az alumíniumra számított behatolási mélység  $\delta = 2 \mu\text{m}$ . Határozza meg a vezető hosszegységre eső, nagyfrekvenciás ellenállását! (A fajlagos vezetőképesség  $\sigma_{\text{Al}} = 3,5 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ .)

$$R' = \underline{2,27 \Omega/\text{m}}$$

4. Határozza meg az  $500 \Omega$  hullámimpedanciájú,  $300 \text{ m}$  hosszú, ideális, légszigetelésű, és a végén rövidre zárt távvezeték bemeneti impedanciáját  $800 \text{ kHz}$  frekvencián!

$$Z_{\text{be}} = \underline{-j1538,8 \Omega}$$

5. A tér valamely pontjában az elektromos ill. a mágneses térerősség komplex csúcserké  $\mathbf{e}_x 130 \text{ V/m}$  ill.  $\mathbf{e}_z 50 e^{j\pi/6} \text{ mA/m}$ . Adja meg a Poynting-vektor időátlagát ebben a pontban!

$$\mathbf{S}_{\text{átl}} = \underline{-\mathbf{e}_y 2,81 \text{ W/m}^2}$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)