

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi pszeudokód inputja egy $n \geq 9$ szám és egy n méretű $A[0 : n - 1]$ tömb, melyben csupa pozitív egész számot tárolunk. A pszeudokódban egy lépésnek az értékadás és az összeadás számít. Igaz-e, hogy ennek a kódnak a lépésszáma $O(n)$?

```
i := 1
j := n-1
ciklus amíg i < j:
    A[i] := A[i] + 17
    i := i + 1
    j := j - 1
ciklus vége

ciklus k = 0 -től 7-ig:
    ciklus s = (n - 1)-től (n - 8)-ig:
        A[s] := A[s] + A[k] + 3
    ciklus vége
ciklus vége
```

2. A 2, 3, 8, 5, 1, 7, 4 tömböt rendezzük. Eközben előállhat-e az 1, 2, 3, 5, 8, 7, 4 sorrend, ha
(a) beszűrős rendezést használunk?
(b) kiválasztásos rendezést használunk?
3. Egy bináris keresőfában az 5-ös szám keresésekor az alábbi számokat látjuk ebben a sorrendben addig, amíg a keresett 5-ös értéket meg nem találjuk: 4, 10, 7, 5. Tudjuk továbbá, hogy ezt a fát posztorder bejárással bejárva a csúcsokat 2, 1, 5, 8, 7, 11, 13, 12, 10, 4 sorrendben látogatjuk meg. Adja meg azt az egyetlen bináris keresőfát, amiben ez előfordulhat és mutassa meg, hogy csak ez a fa lehetséges.
4. Egy 11 méretű hash táblába 7 kulcsot szűrünk be nyílt címzéssel, lineáris próbával, a használt hash függvény a $h(K) = K$ maradéka 11-gyel osztva függvény volt. (A lineáris próba lefele indul.) Törlés nem történt.
Ezután a hash táblát lemásoltuk kézzel egy papírra, de sajnos az egyik számot rosszul írtuk le.
(a) Melyik a rosszul leírt szám, ha ez a lemásolt tábla?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	12		14	5	6	17				16

- (b) Mi lehetett az az x érték, amit rosszul másoltunk le, ha tudjuk, hogy $20 \leq x \leq 30$ és x máshol nem szerepelt a táblában?
5. Adott egy $n \geq 2$ méretű tömb, melyben csupa különböző egész számot tárolunk. Adjon $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy a tömbben szereplő bármelyik számnak vagy a fele vagy a kétszere is benne van a tömbben.
6. Egy szomszédossági mátrixával adott $n > 19$ csúcsú, irányított G gráfban 17 csúcs pirosra van színezve, a többi csúcs színtelen. A színezés egy n méretű, a csúcsokkal indexelt C tömbben adott (ha a csúcs piros, akkor $C[v] = \text{piros}$, különben $C[v] = \text{színtelen}$).
Adott továbbá két kijelölt színtelen csúcs, A és B és A -ból szeretnénk B -be eljutni a gráf éleit használva úgy, hogy legfeljebb egy piros csúcson megyünk át. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami a szomszédossági mátrix különböző módosításaival és egy tanult algoritmus változtatás nélküli (többszöri) futtatásával eldönti, hogy ez lehetséges-e és ha lehetséges, akkor azt is megadja, hogy hány élből áll egy, a lehető legkevesebb élet használó ilyen eljutás.