

1. feladat (18 pont)

Adja meg az alábbi egyenlet azon megoldásait algebrai alakban, amelyeknek valós része pozitív, képzetes része negatív!

$$z^6 + 7z^3 - 8 = 0$$

2. feladat (5+10=15 pont)

a) Adja meg a $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ definícióját!

b) A definíció alapján mutassa meg, hogy $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3n}{n^2 + n + 2} = \infty$!

3. feladat (9+9+9=27 pont)

Számolja ki az alábbi sorozatok határértékét:

$$a_n = \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 + 3} \right)^n, \quad b_n = \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 + 3} \right)^{n^2}, \quad c_n = \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 + 3} \right)^{n^3}$$

4. feladat (20 pont)

Konvergens-e az $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \sqrt{3a_n}$ rekurzióval megadott sorozat? Állítását igazolja, és konvergencia esetén adja meg a határértéket!

5. feladat (20 pont)

Adja meg az alábbi sorozatok torlódási pontjainak halmazát, limesz superiorját, illetve limesz inferiorját. Létezik-e határérték?

$$a_n = \frac{n! + n^9}{9^n + (-n)^n}, \quad b_n = \frac{9^n + (-n)^n}{n! + n^9}$$

IMSC feladat (1+3+4=8 IMSC pont)

a) Írja föl a komplex számsíkon azt az $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ transzformációt, ami a valós tengelyre tükröz!

b) Írja föl a komplex számsíkon azt a $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ transzformációt, ami az $y = x$ egyenletű, 45° -os egyenesre tükröz!

c) Írja fel a legegyszerűbb alakban a fenti két transzformáció $g \circ f$ kompozícióját! Mi ennek a geometriai jelentése?