

NAGYPÉLDÁK (Az egyes nagypéldákat külön lapon, áttekinthetően dolgozza ki; a végeredményeket húzza alá.)

1. példa. Az ábrán egy lineáris, invariáns rendszer átviteli karakterisztikájának Bode-diagramja látható. A példában normált egységekkel dolgozunk. A görbék leolvasásánál közelítés is elfogadható; lehetőség szerint használja a legközelebbi koordinátavonal értékét!

a) Milyen körfrekvenciájú szinuszos gerjesztés esetén egyezik meg a válasz amplitúdója a gerjesztés amplitúdójával? (1 pont)

■ $\omega \approx 0,9$ (vagy $\omega \approx 1$) és $\omega \approx 10$ (1p)

b) Milyen körfrekvenciájú szinuszos gerjesztés esetén van a válasz azonos fázisban a gerjesztéssel? (1 pont)

■ $\omega \approx 3$ (1p)

c) Feltéve, hogy a diagram az $\omega \ll 1$, illetve $\omega \gg 1$ körfrekvenciákra a rendszer aszimptotikus viselkedését mutatja, becsülje meg az $\omega = 0$ körfrekvencián érvényes H_0 átviteli tényezőt! (1 pont)

■ $k_0 \approx -15 \text{ dB}, \varphi_0 \approx 180^\circ \rightarrow H_0 = -0,18$ (1p) [pontosabb leolvasással $H_0 = -0,2$]

d) Becsülje meg a rendszer $\Delta\omega$ sávszélességét, ha az áteresztő tartományt a maximális erősítéshez képest -5 dB korláttal definiáljuk! (2 pont)

■ $\Delta\omega \approx 3$ (2p)

e) Határozza meg a rendszer $y(t)$ válaszát az $u(t) = 2 + 5 \cos(1t) + 3 \cos(2t + 45^\circ) + \cos(5t - 15^\circ)$ gerjesztésre! (5 pont)

■ $k_1 \approx 0 \text{ dB}, \varphi_1 \approx 90^\circ \rightarrow \bar{H}_1 = 1 \cdot e^{j90^\circ}$ (1p) [pontosabb leolvasással $\bar{H}_1 = 1,11 \cdot e^{j89^\circ}$]

$k_2 \approx 10 \text{ dB}, \varphi_2 = 60^\circ \rightarrow \bar{H}_2 = 3,16 \cdot e^{j60^\circ}$ (1p) [pontosabb leolvasással $\bar{H}_2 = 2,79 \cdot e^{j62^\circ}$]

$k_5 \approx 10 \text{ dB}, \varphi_5 = -60^\circ \rightarrow \bar{H}_5 = 3,16 \cdot e^{-j60^\circ}$ (1p) [pontosabb leolvasással $\bar{H}_5 = 2,78 \cdot e^{-j54^\circ}$]

$y(t) = -0,36 + 5 \cos(1t + 90^\circ) + 9,48 \cos(2t + 105^\circ) + 3,16 \cos(5t - 75^\circ)$ (2p)

■ [pontosabb leolvasás mellett: $y(t) = -0,4 + 5,53 \cos(1t + 89^\circ) + 8,36 \cos(2t + 107^\circ) + 2,78 \cos(5t - 69^\circ)$]

2. példa. Egy lineáris, invariáns, kauzális rendszer zérusai $z_1 = 1$ és $z_2 = -2$, pólusai $p_1 = -4$ és $p_2 = -8$.

A rendszer az $u(t) = 1$ (állandó) gerjesztésre $y(t) = 10$ (állandó) választ ad.

a) Gerjesztés-válasz stabil, illetve aszimptotikusan stabil-e a rendszer? Válaszát indokolja! (1 pont)

■ G-V stabil, mert $\text{Re}\{p_k\} < 0$, de az aszimptotikus stabilitás nem dönthető el. (1p)

b) Mindentáteresztő, illetve minimálfázisú-e a rendszer? Válaszát indokolja! (2 pont)

■ Nem mindentáteresztő, mert a zérusok nem a pólusok tükörképei. (1p)

Nem minimálfázisú, mert $\text{Re}\{z_1\} > 0$. (1p)

c) Írja fel a rendszer $H(s)$ átviteli függvényét normál alakban! (3 pont)

■ $H(s) = K \frac{(s-1)(s+2)}{(s+4)(s+8)}$ (1p) $H(j\omega = 0) = H(s = 0) = K \frac{-1 \cdot 2}{4 \cdot 8} = \frac{K}{-16} = 10 \rightarrow K = -160$ (1p)

$H(s) = \frac{-160(s-1)(s+2)}{(s+4)(s+8)} = \frac{-160s^2 - 160s + 320}{s^2 + 12s + 32}$ (1p)

d) Számítsa ki a rendszer impulzusválaszát! (4 pont)

■ $H(s) = -160 + \frac{-400}{s+4} + \frac{2160}{s+8}$ (2p) $\rightarrow h(t) = -160\delta(t) + \varepsilon(t)(-400e^{-4t} + 2160e^{-8t})$ (2p)

KISPÉLDÁK (Az egyes kispéldák végeredményét írja a kérdés melletti cellába. Minden példa 1 pontos.)

1. Az $x(t)$ jel abszolút integrálható. Fogalmazza meg ezt az állítást matematikai alakban!	$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt < \infty$
2. Fejezze ki a rendszer $\tau(\omega)$ futásidő-karakterisztikáját a $\varphi(\omega)$ fáziskarakterisztikájával!	$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi}{d\omega}$
3. Adja meg a LI rendszer alakhű jelátvitelének kritériumát a gerjesztés-válasz kapcsolat időtartománybeli explicit alakjára vonatkozóan!	$y(t) = Ku(t - \tau); K, \tau \text{ konst.}$
4. $x(t)$ Laplace-transzformáltja $X(s)$. Írja fel ennek felhasználásával $x'(t)$ (azaz x általánosított deriváltja) Laplace transzformáltját!	$\mathfrak{L}\{x'(t)\} = sX(s) - x(-0)$
5. Egy páros jel Laplace-transzformáltja $X(s) = \frac{1}{s}$. Adja meg a jel spektrumát!	$X(j\omega) = 2\pi\delta(\omega)$