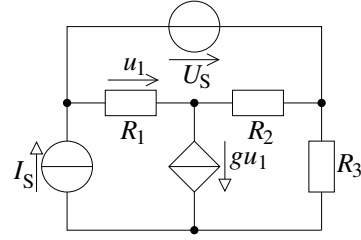


**Jelek és rendszerek 1. (VIHVAA00) ZH** **A** csoport **2018. április 12.**

**1. példa.** Az ábrán látható hálózatban  $R_1 = 2,5 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $R_3 = 3 \Omega$ ,  $g = 0,2 \text{ S}$ , a forrásmennyiségek pedig  $U_S = 8 \text{ V}$  és  $I_S = 6 \text{ A}$ .



a) Hány egyenletből áll a hálózatra felírható áramtörvények fundamentális rendszere? (1 pont)

$$r = n - 1 = 3 \quad (1 \text{ p})$$

b) Vegyen fel csomóponti potenciálokat úgy, hogy a lehető legkevesebb ismeretlent vezet be. (2 pont)

pl.:  $R_2, R_3$  között  $\varphi_0 = 0$ , vezérelt forrás „alsó” kapcsa  $\varphi_1$ , „felső” kapcsa  $\varphi_2$ , a negyedik cs.p. pot.  $U_S$  (2 p)

c) Írjon fel megfelelő számú egyenlet a bevezetett ismeretlenekre, oldja meg az egyenletrendszert és határozza meg  $u_1$  értékét. (4 pont)

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 : I_S - g(U_S - \varphi_2) + \frac{\varphi_1}{R_3} &= 0 \\ \varphi_2 : \frac{\varphi_2 - U_S}{R_1} + g(U_S - \varphi_2) + \frac{\varphi_2}{R_2} &= 0 \end{aligned} \right\} (2 \text{ p}) \text{ (minden helyes egyenletrendszerre)}$$

ebből:  $\varphi_1 = -14,57 \text{ V}$ ,  $\varphi_2 = 2,29 \text{ V}$ , végül  $u_1 = U_S - \varphi_2 = 5,71 \text{ V}$  (2 p)

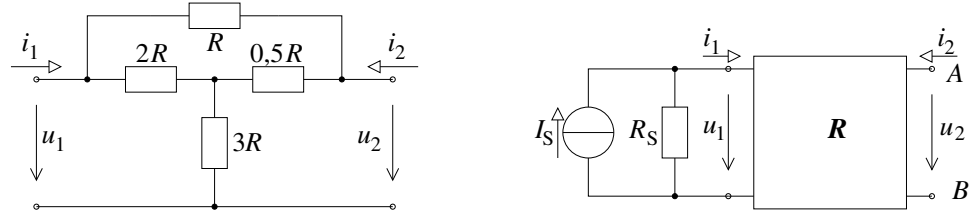
d) Számítsa ki a feszültségforrás teljesítményét (ügyeljen az előjelre). (3 pont)

$$I_U = I_S - u_1/R_1 = 3,71 \text{ A} \quad (1 \text{ p}), \quad p_U = U_S I_U = 29,7 \text{ W} \quad (2 \text{ p})$$

e) **IMSc:** A vezérelt forrást egy független áramforrásra cseréljük. Rajzolja fel a hálózat gráfját és jelöljön ki benne egy normálfát. Reguláris-e ez a hálózat? (4 IMSc pont)

Egyetlen normálfa létezik:  $\{U_S, R_2, R_3\}$ . (2 p) A hálózat reguláris. (2 p)

**2. példa.**



a) Fejezze ki a bal oldali ábrán látható kétkapu impedanciakarakterisztikáját az  $R$  paraméterrel. (2 pont)

Helyes egyenletrendszer pl. a hurokáramok módszerével... (1 p), amelyből

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 3,86 & 3,29 \\ 3,29 & 3,43 \end{bmatrix} R \quad (1 \text{ p})$$

**A további feladatrészekben a kétkaput a jobb oldali ábra szerint kapcsoljuk, ahol  $I_S = 125 \text{ mA}$ ,  $R_S = 8 \text{ k}\Omega$ , továbbá az**

**impedanciaparaméterek:**  $R_{11} = 13,5 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{22} = 12 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{12} = R_{21} = 11,5 \text{ k}\Omega$

b) Határozza meg  $i_1$  értékét, ha az AB kapcsokra szakadás csatlakozik. (2 pont)

$$R_{B1} = R_{11}, \quad i_1 = I_S \frac{R_S}{R_S + R_{11}} = 46,5 \text{ mA} \quad (2 \text{ p})$$

c) Határozza meg  $i_2$  értékét, ha az AB kapcsokra egy  $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$  rezisztenciájú ellenállás csatlakozik. (3 pont)

A kétkapu és a lezárások karakterisztikái együttesen:

$$\left. \begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 &= R_S(I_S - i_1) \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 &= -R_2i_2 \end{aligned} \right\} (2 \text{ p})$$

Megoldva:  $(i_1 = 57,6 \text{ mA})$ ,  $i_2 = -20,7 \text{ mA}$  (1 p)

d) Adja meg az AB kapcsokra vonatkozó Thévenin-generátor belső ellenállását. (3 pont)

Dezakтивizált forrás esetén:

$$\left. \begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 &= -R_Si_1 \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 &= u_2 \end{aligned} \right\} (2 \text{ p})$$

ebből  $R_b = \frac{u_2}{i_2} \Big|_{R_S} = 5,85 \text{ k}\Omega$  (1 p)

e) **IMSc:** Rajzolja fel az AB kétpólus  $u_2(i_2)$  karakterisztikáját. Határozza meg és jelölje az ábrán azt az  $(i_2; u_2)$  értékpárt, amelyek mellett a  $-u_2i_2$  kifejezés maximális. (4 IMSc pont)

A karakterisztika áthalad a  $(0; 534,8 \text{ V})$  és a  $(-91,5 \text{ mA}; 0)$  pontokon. (2 p)  $-u_2i_2$  maximális (teljesítményillesztés), ha  $(i_2; u_2) = (-45,7 \text{ mA}; 267,4 \text{ V})$  (2 p)

**Kis példák.** Kérjük, hogy a választ a feladat szövege alá írja. (Minden kérdés 1 pont.)

1. Döntse el, hogy passzív-e az a kétpólus, amelynek feszültség-áram kapcsolata  $u(i) = U_0 + R_0i$ , ahol  $U_0$  és  $R_0$  pozitív állandók. Igazolja állítását.

Nem passzív. A rezisztív kétpólus passzivitásának feltétele  $(iu(i) \geq 0, \forall i)$  nyilván nem teljesül.

2. Egy 4 csomópontú hálózat 5 ellenállást és 1 áramforrást tartalmaz. Maximálisan hány független feszültségtörvény írható fel?

$$l = b - n + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$$

3. Egy  $2 \mu\text{F}$  kapacitású, feltöltött kondenzátorra egy  $2 \text{ k}\Omega$  rezisztenciájú ellenállást kapcsolunk. A kapcsolástól számítva mennyi idő múlva csökken a kondenzátor feszültsége a kapcsolás pillanatában fennálló értékének felére?

$$t = RC \ln 2 = 2,77 \text{ ms}$$

4. Határozza meg annak a rendszernek a sajátértékeit, amelynek rendszermátrixa

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 0,5 & -4 \end{bmatrix}.$$

$$\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -5$$

5. Írja fel az  $u(t) = (2 + j2)e^{(-0,2 + j0,8)t} + (2 - j2)e^{(-0,2 - j0,8)t}$  időfüggvényt valós alakban.

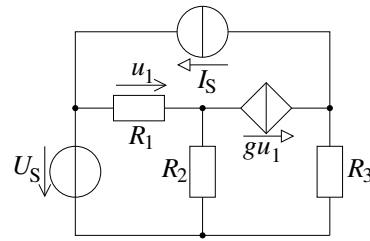
$$u(t) = 4e^{-0,2t} (\cos 0,8t - \sin 0,8t), \text{ vagy } 4\sqrt{2}e^{-0,2t} \cos(0,8t + \pi/4)$$

6. **IMSc:** Egy  $5 \mu\text{F}$  kapacitású,  $300 \text{ V}$  feszültségre feltöltött kondenzátorra egy  $50 \text{ mH}$  induktivitású, árammentes tekercset kapcsolunk. Mekkora lesz a tekercsen folyó áram maximális nagysága? Útmutatás: energetikai megfontolások. (2 IMSc pont)

$$\frac{1}{2} C U_{\max}^2 = \frac{1}{2} L I_{\max}^2 \rightarrow I_{\max} = 3 \text{ A}$$

**Jelek és rendszerek 1. (VIHVAA00) ZH** **B** csoport **2018. április 12.**

**1. példa.** Az ábrán látható hálózatban  $R_1 = 5 \Omega$ ,  $R_2 = 3,5 \Omega$ ,  $R_3 = 2,5 \Omega$ ,  $g = 0,6 \text{ S}$ , a forrásmennyiségek pedig  $U_S = 9 \text{ V}$  és  $I_S = 3 \text{ A}$ .



a) Hány egyenletből áll a hálózatra felírható áramtörvények fundamentális rendszere? (1 pont)

$$r = n - 1 = 3 \quad (1 \text{ p})$$

b) Vegyen fel csomóponti potenciálokat úgy, hogy a lehető legkevesebb ismeretlent vezeti be. (2 pont)

pl.: az „alsó” csomópont  $\varphi_0 = 0$ , vezérelt forrás „bal” kapcsa  $\varphi_1$ , „jobb” kapcsa  $\varphi_2$ , a negyedik cs.p. pot.  $U_S$  (2 p)

c) Írjon fel megfelelő számú egyenlet a bevezetett ismeretlenekre, oldja meg az egyenletrendszert és határozza meg  $u_1$  értékét. (4 pont)

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 : \frac{\varphi_1 - U_S}{R_1} + \frac{\varphi_1}{R_2} + g(U_S - \varphi_1) &= 0 \\ \varphi_2 : I_S - g(U_S - \varphi_1) + \frac{\varphi_2}{R_3} &= 0 \end{aligned} \right\} (2 \text{ p}) \text{ (minden helyes egyenletrendszerre)}$$

ebből:  $\varphi_1 = 31,5 \text{ V}$ ,  $\varphi_2 = -41,3 \text{ V}$ , végül  $u_1 = U_S - \varphi_1 = -22,5 \text{ V}$  (2 p)

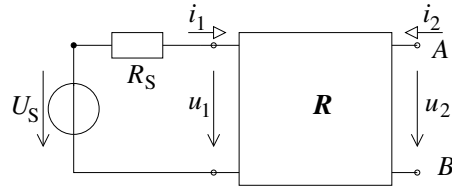
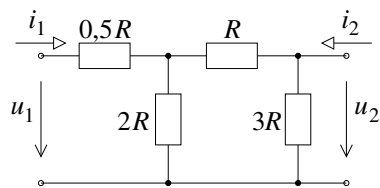
d) Számítsa ki a feszültségforrás teljesítményét (ügyeljen az előjelre). (3 pont)

$$I_U = I_S - u_1/R_1 = 7,50 \text{ A} \quad (1 \text{ p}), \quad p_U = U_S I_U = 67,5 \text{ W} \quad (2 \text{ p})$$

e) **IMSc:** A vezérelt forrást egy független feszültségforrásra cseréljük. Rajzolja fel a hálózat gráfját és jelöljön ki benne egy normálfát. Reguláris-e ez a hálózat? (4 IMSc pont)

Létezik normálfa, pl.  $\{U_S, R_2, U_S'\}$ . (2 p) A hálózat reguláris. (2 p)

**2. példa.**



a) Fejezze ki a bal oldali ábrán látható kétkapu impedanciakarakterisztikáját az  $R$  paraméterrel. (2 pont)

Helyes egyenletrendszer pl. a hurokárámok módszerével... (1 p), amelyből

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1,83 & 1,00 \\ 1,00 & 1,50 \end{bmatrix} R \quad (1 \text{ p})$$

**A további feladatrészekben a kétkaput a jobb oldali ábra szerint kapcsoljuk, ahol  $U_S = 3 \text{ V}$ ,  $R_S = 4 \text{ k}\Omega$ , továbbá az impedanciaparaméterek:**

$$R_{11} = 11 \text{ k}\Omega, \quad R_{22} = 9 \text{ k}\Omega, \quad R_{12} = R_{21} = 6 \text{ k}\Omega$$

b) Határozza meg  $i_1$  értékét, ha az AB kapcsokra szakadás csatlakozik. (2 pont)

$$R_{B1} = R_{11}, \quad i_1 = \frac{U_S}{R_S + R_{11}} = 0,20 \text{ mA} \quad (2 \text{ p})$$

c) Határozza meg  $i_2$  értékét, ha az AB kapcsokra egy  $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$  rezisztenciájú ellenállás csatlakozik. (3 pont)

A kétkapu és a lezárások karakterisztikái együttesen:

$$\left. \begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 &= U_S - R_S i_1 \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 &= -R_2 i_2 \end{aligned} \right\} (2 \text{ p})$$

Megoldva: ( $i_1 = 0,241 \text{ mA}$ ), ( $i_2 = -0,103 \text{ mA}$ ) (1 p)

d) Adja meg az AB kapcsokra vonatkozó Thévenin-generátor belső ellenállását. (3 pont)

Dezakтивizált forrás esetén:

$$\left. \begin{aligned} R_{11}i_1 + R_{12}i_2 &= -R_S i_1 \\ R_{21}i_1 + R_{22}i_2 &= u_2 \end{aligned} \right\} (2 \text{ p})$$

$$\text{ebből } R_b = \frac{u_2}{i_2} \Big|_{R_S} = 6,60 \text{ k}\Omega \quad (1 \text{ p})$$

e) **IMSc:** Rajzolja fel az AB kétpólus  $u_2(i_2)$  karakterisztikáját. Határozza meg és jelölje az ábrán azt az  $(i_2; u_2)$  értékpárt, amelyek mellett a  $-u_2 i_2$  kifejezés maximális. (4 IMSc pont)

A karakterisztika áthalad a  $(0; 1,20 \text{ V})$  és a  $(-0,182 \text{ mA}; 0)$  pontokon. (2 p)  $-u_2 i_2$  maximális (teljesítményillesztés), ha  $(i_2; u_2) = (-0,091 \text{ mA}; 0,60 \text{ V})$  (2 p)

**Kis példák.** Kérjük, hogy a választ a feladat szövege alá írja. (Minden kérdés 1 pont.)

1. Döntse el, hogy passzív-e az a csatolt kétpóluspár, amelynek karakterisztikája az  $u_1 = -r i_2$ ,  $u_2 = r i_1$  egyenletpár ( $r$  paraméter). Igazolja állítását.

Passzív. Teljesül a rezisztív kétpóluspár passzivitásának feltétele ( $u_1 i_1 + u_2 i_2 \geq 0, \forall i_1, i_2$ ).

2. Egy 5 csomópontú hálózat 8 ellenállást és 2 feszültségforrást tartalmaz. Maximálisan hány független feszültségtörvény írható fel?

$$l = b - n + 1 = 10 - 5 + 1 = 6$$

3. Egy 5 mH induktivitású, árammentes tekercsre egy 2 kΩ rezisztenciájú ellenállással sorba kötött egyenfeszültségű forrást kapcsolunk. A kapcsolástól számítva mennyi idő múlva nő a tekercs árama az állandósult ( $t \rightarrow \infty$ ) érték felére?

$$t = \frac{L}{R} \ln 2 = 1,733 \mu\text{s}$$

4. Határozza meg annak a rendszernek a sajátértékeit, amelynek rendszermátrixa

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -12 & -18 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$\lambda_1 = -3, \quad \lambda_2 = -6$$

5. Írja fel az  $u(t) = (2 - j2)e^{(-0,6 + j1,2)t} + (2 + j2)e^{(-0,6 - j1,2)t}$  időfüggvényt valós alakban.

$$u(t) = 4e^{-0,6t} (\cos 1,2t + \sin 1,2t), \text{ vagy } 4\sqrt{2}e^{-0,6t} \cos(1,2t - \pi/4)$$

6. **IMSc:** Egy 5 μF kapacitású, 300 V feszültségre feltöltött kondenzátorra egy 50 mH induktivitású, árammentes tekercset kapcsolunk ( $t = 0$ ). Adja meg a tekercsáram  $i'_L$  deriváltját rögtön a bekapcsolás után ( $t = +0$ ). (2 IMSc pont)

$$i'_L = \frac{u_L}{L} = 6 \text{ kA/s}$$