Név (Nyomtatott nagybetűvel):	Pontszám	Javító
Neptun kód:		
Aláírás		

Kérjük, hogy a választ erre a lapra, közvetlenül a feladat szövege alá írja! Csak a végeredményt értékeljük. A jó megoldás 1 pontot ér.

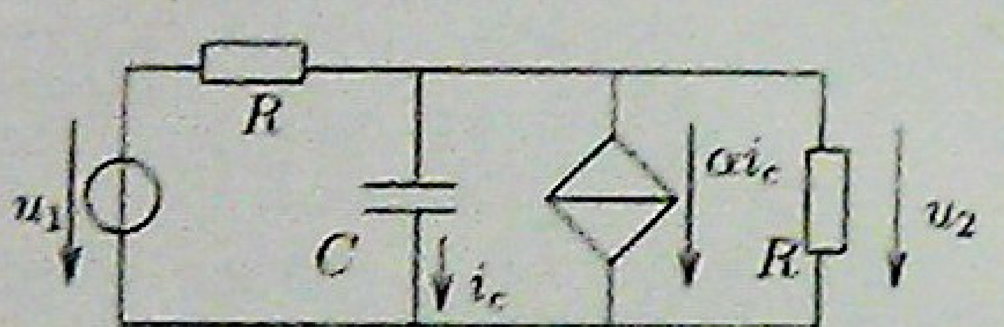
1. Írja fel az $x(t) = X_0 + X_1\cos(\omega_0 t + \alpha_1)$ folytonos idejű, periodikus jel *komplex* Fourier-sorát!

$$x(t) = \frac{X_1}{2}e^{-j\alpha_1}e^{-j\omega_0 t} + X_0 + \frac{X_1}{2}e^{j\alpha_1}e^{j\omega_0 t}$$

2. Egy kétpólus áramának és feszültségének időfüggvénye (azonos referenciairány mellett) $u(t) = [10 + 50\cos\omega_0 t + 5\cos(2\omega_0 t + \frac{\pi}{6})]\,\mathrm{V}$, illetve $i(t) = [20 + 40\cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{3}) + 3\cos(3\omega_0 t + \frac{\pi}{6})]\,\mathrm{mA}$.
Számítsa ki a kétpólus hatásos teljesítményét!

$P = 0{,}7\,\mathrm{W}$

3. Határozza meg az ábrán látható hálózat által reprezentált rendszer átviteli függvényét, ha a rendszer bemenete és kimenete az u_1 illetve u_2 feszültség!



$$H(s) = \frac{1}{sRC(1+\alpha) + 2}$$

4. Aszimptotikusan stabilis-e az a folytonos idejű rendszer, amelynek pólusai $p_1 = -1 + j2$ és $p_2 = -1 - j2$? Válaszát indokolja!

Nincs kizárva, de pusztán a pólusok ismeretében nem dönthető el.

5. Határozza meg annak a folytonos idejű rendszernek az átviteli karakterisztikáját, amelynek impulzusválasza $h(t) = A\delta(t) + \varepsilon(t)Be^{\beta t}$! $(\beta < 0)$

$$H(j\omega) = A + \frac{B}{j\omega - \beta} = \frac{Aj\omega - A\beta + B}{j\omega - \beta}$$

6. Egy folytonos idejű rendszer átviteli függvénye $H(s) = 0{,}5/(s+2)$, gerjesztése $u(t) = \varepsilon(t)4e^{-2t}$. Számítsa ki a válaszjelet!

$y(t) = 2\varepsilon(t)te^{-2t}$

7. Minimálfázisú-e az a folytonos idejű rendszer, amelynek átviteli függvénye $H(s) = \dfrac{1-3s}{1+5s}$? Válaszát indokolja!

Nem, mert zérusa pozitív.

8. Egy audiojel sávkorlátja 20 kHz. Mekkora az a legnagyobb T_m mintavételi periódusidő, amelynek alkalmazásával a jel (elméletileg) még rekonstruálható a mintáiból?

$T_m = 25\,\mu\mathrm{s}$

9. Egy diszkrét idejű rendszer rendszeregyenlete $y[k] - 0{,}6y[k-1] = u[k]$, gerjesztése $u[k] = \varepsilon[k]10$. Számítsa ki a válaszjel értékeit a $k = 0$, $k = 1$ és $k = 2$ ütemekre!

$y[0] = 10$ $y[1] = 16$ $y[2] = 19{,}6$

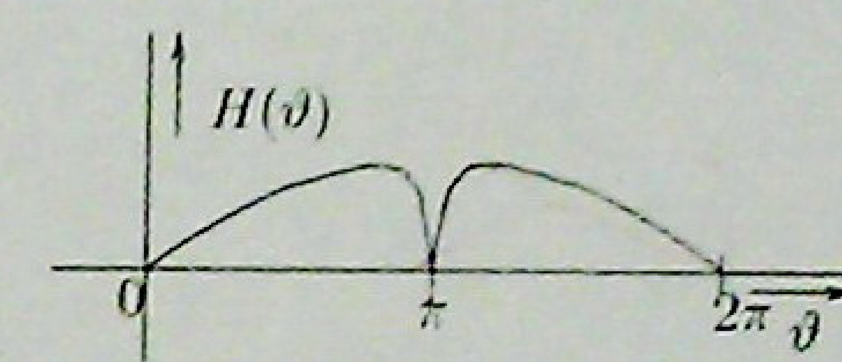
10. Határozza meg az előző feladatban megadott rendszer impulzusválaszát!

$h[k] = \varepsilon[k]0{,}6^k$

11. Határozza meg az $x[k] = 5 + 4\cos(\frac{3\pi}{17}k + 0{,}2)$ diszkrét idejű periodikus jel periódushosszát!

$L = 34$

12. Az ábrán egy diszkrét idejű rendszer amplitúdó karakterisztikáját ábrázoltuk a $[0, \pi]$ intervallumon. Terjessze ki az ábrázolást a $[\pi, 2\pi]$ intervallumra (vázolja a hiányzó részt)!



13. Adja meg az $x[k] = k - 1$ diszkrét idejű jel z-transzformáltját!

$$X(z) = \frac{-z^2 + 2z}{(z-1)^2} = \frac{-1 + 2z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}$$ $$\frac{z}{(z-1)^2} - \frac{z}{z-1}$$

14. Egy diszkrét idejű, FIR típusú rendszer impulzusválaszának nem nulla értékei: $h[0] = 5$, $h[1] = 10$, és $h[2] = 5$. Adja meg a rendszer fáziskarakterisztikájának a $[-\pi, \pi]$ intervallumon érvényes formuláját!

$\varphi(\vartheta) = -\vartheta$ mivel $H(e^{j\vartheta}) = 5e^{-j\vartheta}(2 + 2\cos\vartheta)$

$\varphi(\vartheta) = \mathrm{arctg}\dfrac{-2\sin(\vartheta) - \sin(2\vartheta)}{1 + 2\cos(\vartheta) + \cos(2\vartheta)}$ is elfogadható

15. Határozza meg a $H_C(s) = 1/(s+1)$ átviteli függvényű, folytonos idejű rendszer diszkrét idejű szimulátorának átviteli függvényét a bilineáris transzformáció segítségével, $T = 0.1$ mintavételi periódusidő és $p = 2$ paraméterérték mellett!

$$H_D(z) = \frac{z+1}{21z - 19}$$

1. feladat

Egy Kirchhoff-típusú hálózattal reprezentált rendszer gerjesztése az $i_s(t)$, válasza az $i(t)$ áram. A rendszer az $i_s(t) = \varepsilon(t)I_a$ gerjesztésre $i(t) = \varepsilon(t)I_b\,(2e^{-\alpha t} - 1)$ választ ad, ahol I_a, I_b és α állandók.

(a) Határozza meg a rendszer átviteli függvényét, és adja meg pólusait, zérusait! *(2,5 pont)*

A további feladatrészekben a következőkkel számoljon:
Az I_a, I_b és α paraméterek valamely konkrét értéke mellett az átviteli függvény:
$H(s) = \dfrac{0{,}5s - 2}{s + 4}$, $[s] = 1\,\mathrm{ms}^{-1}$.
A gerjesztő áram $T = \pi$ms (pi milliszekundum) periódusidejű periodikus jel; *komplex* Fourier-sorának csupán három együtthatóját ismerjük: $I^{\mathrm{C}}_{s,0} = 5\,\mathrm{mA}$ (állandó összetevő), $I^{\mathrm{C}}_{s,1} = j5\,\mathrm{mA}$ (alapharmonikus), $I^{\mathrm{C}}_{s,2} = (1 + j)\mathrm{mA}$ (második harmonikus).

(b) Írja fel a gerjesztés másodrendű Fourier-polinomját „mérnöki" valós alakban! *(1 pont)*
(c) Adja meg a válaszjelet másodrendű Fourier-polinomos közelítésben! *(3 pont)*
(d) Az előző feladatrész megoldásának ismeretében milyen becslést illetve korlátot adhat a tényleges válaszjel effektív értékére? Válaszát röviden indokolja! *(1 pont)*

Megoldás:

(a) $\frac{I_a}{s}H(s) = I_b\left(\frac{2}{s+\alpha} - \frac{1}{s}\right) = I_b\frac{2s-s-\alpha}{s(s+\alpha)}$ *(1 pont)*

Az átviteli függvény normál alakja: $H(s) = \dfrac{\frac{I_b}{I_a}s - \alpha\frac{I_b}{I_a}}{s + \alpha}$ *(0,5 pont)*

$z = \alpha \qquad p = -\alpha$ *(1 pont)* **(2,5 pont)**

(b) $i_s(t) \approx \left[5 + 10\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) + 2\sqrt{2}\cos\left(2\omega_0 t + \frac{\pi}{4}\right)\right]\mathrm{mA}$, $\omega_0 = 2\,\mathrm{krad/s}$ **(1 pont)**

(c) $H(j\omega) = \frac{0{,}5j\omega-2}{j\omega+4}$, $H(j\omega)|_{\omega=0} = -0{,}5$ *(1 pont)*

$H(j\omega)|_{\omega=2} = \frac{-2+j}{4+j2} = 0{,}5e^{j2{,}21}$ $\quad H(j\omega)|_{\omega=4} = \frac{-2+j2}{4+j4} = 0{,}5e^{j\frac{\pi}{2}}$ *(1 pont)*

$i(t) = \left[-2{,}5 + 5\cos(\omega_0 t + 3{,}79) + \sqrt{2}\cos(2\omega_0 t + \frac{3\pi}{4})\right]\mathrm{mA}$ *(1 pont)* **(3 pont)**

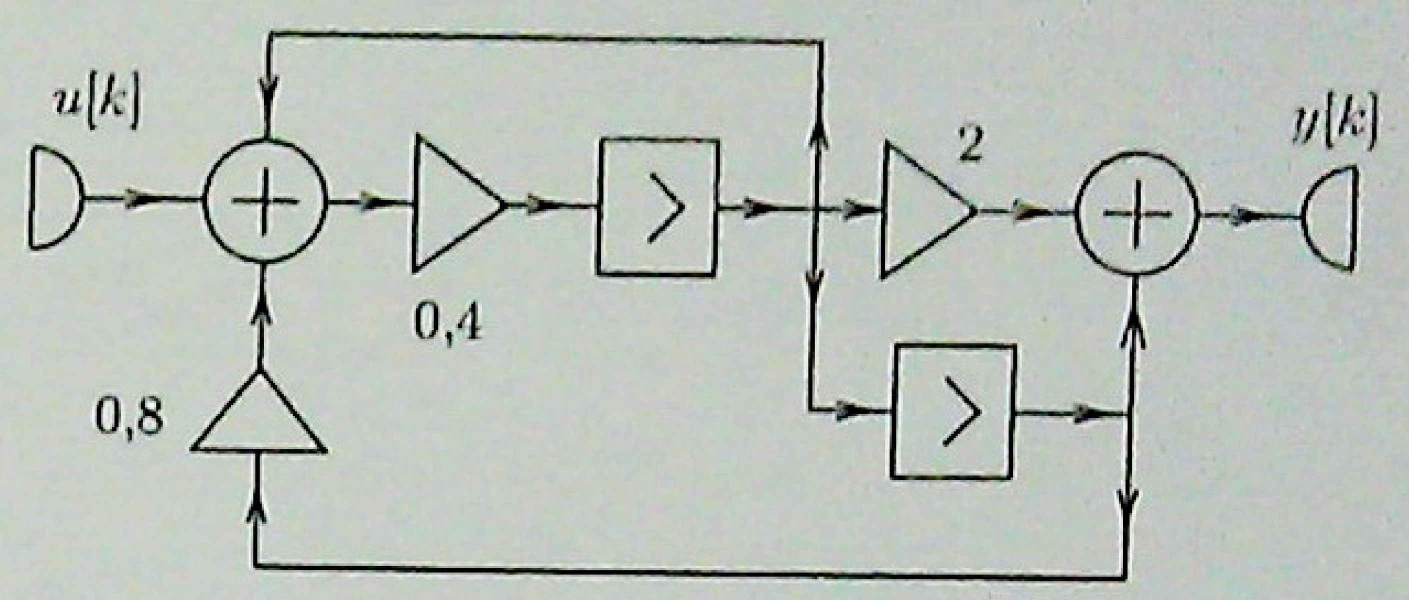
217°

(−2,48, −143°)

(d) $I_{\mathrm{eff}} \geq \sqrt{2{,}5^2 + \frac{5^2}{2} + \frac{(\sqrt{2})^2}{2}} = \sqrt{19{,}75} \approx 4{,}44\,\mathrm{mA}$ **(1 pont)**

Sikeres felkészülést!
Üdv: Mörszy

2. feladat



Az ábrán látható jelfolyamhálózat egy diszkrét idejű rendszert reprezentál.

(a) Vezessen be állapotváltozókat (jelölje is az ábrán), és adja meg a rendszer állapotváltozós leírását normál alakban! *(2 pont)*
(b) Döntse el, hogy stabilis-e a rendszer! *(1 pont)*
(c) Határozza meg a rendszer átviteli függvényét! *(2 pont)*
(d) Számítsa ki a rendszer válaszát az $u[k] = 9\varepsilon[k]0{,}8^k$ gerjesztésre! *(2,5 pont)*

Megoldás:

(a) Legyen például a bal oldali késleltető kimeneti jele $x_1[k]$, a jobb oldalié pedig $x_2[k]$.
$x_1[k+1] = 0{,}4x_1[k] + 0{,}32x_2[k] + 0{,}4u[k]$
$x_2[k+1] = x_1[k]$
$y[k] = 2x_1[k] + x_2[k]$ **(2 pont)**

(b) $\begin{vmatrix} 0{,}4-\lambda & 0{,}32 \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 0{,}4\lambda - 0{,}32 = 0 \;\rightarrow\; \lambda_1 = 0{,}8 \quad \lambda_2 = -0{,}4$

$|\lambda_1|, |\lambda_2| < 1$, tehát a rendszer aszimptotikusan stabilis (ebből következően gerjesztés-válasz stabilis). **(1 pont)**

(c) Egyik lehetséges megoldás:
Jelölje $P(z)$ a 0,4 paraméterű erősítő bemeneti jelének z-transzformáltját. Ekkor
$P = 0{,}4z^{-1}P + 0{,}32z^{-2}P + U$, *(1 pont)* $\Rightarrow P = U\frac{1}{1-0{,}4z^{-1}-0{,}32z^{-2}}$,
$Y = 0{,}8z^{-1}P + 0{,}4z^{-2}P = U\frac{0{,}8z^{-1}+0{,}4z^{-2}}{1-0{,}4z^{-1}-0{,}32z^{-2}}$,
$H(z) = \frac{0{,}8z^{-1}+0{,}4z^{-2}}{1-0{,}4z^{-1}-0{,}32z^{-2}}$. *(1 pont)*

Másik megoldás:

$$\left.\begin{aligned} zX_1 &= 0{,}4X_1 + 0{,}32X_2 + 0{,}4U \\ zX_2 &= X_1 \\ Y &= 2X_1 + X_2 \end{aligned}\right\}$$ *(1 pont)*

$H(z) = \dfrac{0{,}8z+0{,}4}{(z-0{,}8)(z+0{,}4)}$

A második egyenletből $X_1 = zX_2$, ezt az elsőbe helyettesítve:
$z^2X_2 = 0{,}4zX_2 + 0{,}32X_2 + 0{,}4U$, $\Rightarrow X_2 = U\frac{0{,}4}{z^2-0{,}4z-0{,}32}$, $\quad X_1 = U\frac{0{,}4z}{z^2-0{,}4z-0{,}32}$,
$Y = 2X_1 + X_2 = U\frac{0{,}8z+0{,}4}{z^2-0{,}4z-0{,}32}$, normál alakban: $H(z) = \frac{0{,}8z^{-1}+0{,}4z^{-2}}{1-0{,}4z^{-1}-0{,}32z^{-2}}$ *(1 pont)*
Természetesen csak az egyik megoldásra jár pont. **(2 pont)**

(d) $U(z) = \frac{9}{1-0{,}8z^{-1}}$, $\quad Y(z) = U(z)H(z) = \frac{7{,}2z^{-1}+3{,}6z^{-2}}{(1-0{,}8z^{-1})(1-0{,}4z^{-1}-0{,}32z^{-2})}$ *(0,5 pont)*

$Y(z) = \frac{7{,}2z^{-1}+3{,}6z^{-2}}{(1-0{,}8z^{-1})(1-0{,}4z^{-1}-0{,}32z^{-2})}\cdot\frac{z^2}{z^3}z = z\frac{7{,}2z+3{,}6}{(z-0{,}8)(z^2-0{,}4z-0{,}32)} = z\frac{7{,}2z+3{,}6}{(z-0{,}8)^2(z+0{,}4)}$

$Y(z) = z\left(\frac{-0{,}5}{z-0{,}8} + \frac{7{,}8}{(z-0{,}8)^2} + \frac{0{,}5}{z+0{,}4}\right)$ *(1 pont)*

$y[k] = \varepsilon[k]\left(-0{,}5\cdot 0{,}8^k + 7{,}8k\cdot 0{,}8^{k-1} + 0{,}5\cdot(-0{,}4)^k\right)$ *(1 pont)* **(2,5 pont)**

Más alakban: $y[k] = \varepsilon[k]\left((9{,}75k - 0{,}5)0{,}8^k + 0{,}5(-0{,}4)^k\right)$.