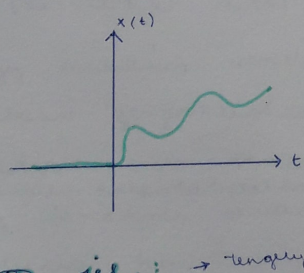
Jelek összefoglaló

jel:
- fogalma: egy időbeli folyamat mérhető mennyisége
- a változó fontos információkat hordoz
- csoportosítása:
  - folytonos idejű:
    $\forall t$ időpontban értelme van, a jel bármilyen értéket felvehet
    $t, x \in \mathbb{R}$ $x \in \mathbb{C}$
  - diszkrét idejű:
    csak bizonyos időpontokban vehet fel értéket
  - kvantált:
    csak bizonyos értékeket vehet fel
  - diszkrét idejű - kvantált:
    csak bizonyos időpontokban bizonyos értékeket vehet fel
  - abszolút értékű
  - szinuszos
  - periodikus
  - determinisztikus
    előre meg lehet mondani milyen jel lesz, mikor mennyi lesz az értéke
  - ~~s~~tochasztikus jel
    nem jósolható
  - belépő jel:
    $x(t)$ jel belépő, ha $t < 0$ $x(t) = 0$
    ha $\varepsilon(t)$-vel meg van szorozva



  - páros jel: → tengelyesen szimmetrikus
    ha $x(-t) = x(t)$ pl. cosinus
  - páratlan jel: → origóból tükrözés
    ha $x(-t) = -x(t)$ pl. sinus
  - korlátos jel:
    egy jel akkor korlátos, ha minden $|x(t)|$ kisebb valamilyen $|K|$ értéknél

· abszolút integrálható jel:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, dt < \infty$$

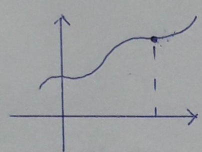
- jel teljesítménye:

ha véges az eredmény, akkor van teljesítménye

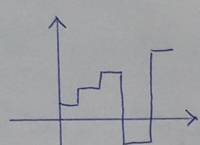
$$P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 \, dt < \infty$$

- példák

folytonos értékű és idejű:

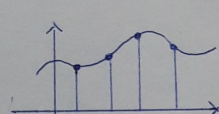


diszkrét értékű folytonos idejű:

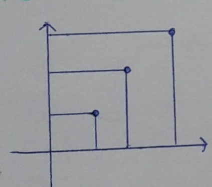


kvantált

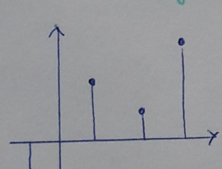
folytonos értékű diszkrét idejű:



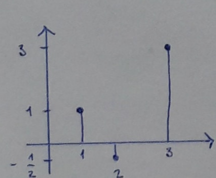
diszkrét értékű diszkrét idejű



diszkrét idejű:



diszkrét idejű kvantált:

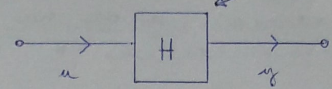


rendszer:

K - <u>fogalma</u>: mérhető mennyiségekkel rendelkező objektum egy modellje

adott mennyiség → gerjesztés (bemenet)

meghatározandó mennyiség → változások (kimenet)



rendszer leképezés

u → gerjesztés

y → válasz

ált. SISO (Single Input Single Output)

- <u>csoportosítás</u>:

1 • folytonos idejű

• diszkrét idejű

• lineáris - nem lineáris:
  - az egyenletek megoldása egyértelmű
  - ha érvényesül a szuperpozíció elve
  - ha a szinuszos gerjesztést nem torzítják
    ↓
    csak a fázis és az amplitudó változik
  - $y = W(u)$ explicit gerjesztés - válasz kapcsolatban szereplő W operátor lineáris
  - lineáris hálózat a lin. ellenállásból, fesz. forrásból, áramforrásból álló rendszer

• invariáns - variáns:

$u(t) \rightarrow y(t)$

$u(t-\tau) \rightarrow y(t-\tau)$

- ha a gerjesztés időbeli eltolása ugyanakkora időbeli eltolást okoz a válaszban
- variáns hálózat = parametrikus

• kauzális - akauzális
  ↑
  pl. ember

$y(t_1)$ csak $u(t)$ $t \leq t_1$ - beli értékeitől függ

Egy lineáris rendszer akkor és csak akkor kauzális, ha belépő gerjesztéshez belépő válasz tartozik.

• stabilis - nem stabilis

GV stabilis harpirhelyzetben, van, ha ∀ korlátos és véges ideig tartó gerjesztéshez korlátos válasz tartozik
↓
veszteségmentes elemek

Egy lineáris invariáns rendszer akkor gerjesztés - válasz stabilis, ha bármely korlátos gerjesztéshez a válasz is korlátos

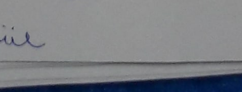
Passzív komponensekből és forrásokból álló rendszer GV stabilis.

• reguláris

egyértelműen megoldható
↓
felírhatóak az egyenletek egyértelműen egyenletrendszerbe és megoldható → ezzel minden feszültsége és árama meghatározható

• nem reguláris

vagy



$i_1 + i_2 = 0$

$u_1 - u_2 = 0$ → nem tudjuk megoldani

mindkét elem kisül

hálózat:

- komponensek összekapcsolásából áll

  ↓

  ezekhez egy vagy több változó rendelhető

- a változók között kapcsolatot jelentenek a komponensek és azok összekapcsolási módja is

  ↓

  kapcsolatok az egyenletek, ahol az ismert változók a gerjesztések, az ismeretlenek a válaszok → összekapcsolási kényszer

- rendszer: kétféle változó van hozzá rendelve: az ismert mennyiség és a keresett válasz

- hálózat: rendszer + további változók

- a hálózat reprezentálója a rendszert → megfelelő modell összefüggő

  Kirchhoff-típusú   áramfolyam típusú   ∀ csomópontja elérhető ∀ csomópontjából

rezisztív:

- Ha bármely rögzített t_k mellett $i(t_k)$ ismeretében $u(t_k)$ meghatározható.

  derivált, integrált, időkésleltetés kizárt!

- Minden változója azonnal követi a gerjesztés időbeli változását
- számot ad a villamos energia termeléséről, fogyasztásáról és alakulásáról, de nem ad számot a tárolásáról

passzivitás:

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} p(\tau)\,d\tau \geq 0$$ minden t-re, akkor passzív

< 0 akkor ~~passzív~~ aktív

$= 0$ akkor nonenergikus

veszteségmentesség:

$$W(t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau)\,d\tau = 0$$

A felvett energiát hiánytalanul vissza is adja.

lineáris rezisztív hálózatok:

soros kapcsolás

$$R = R_1 + R_2$$
$$I = I_1 = I_2$$
$$u = u_1 + u_2$$

párhuzamos kapcsolás

$$R = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = R_1 \times R_2$$
$$I = I_1 + I_2$$
$$u = u_1 = u_2$$

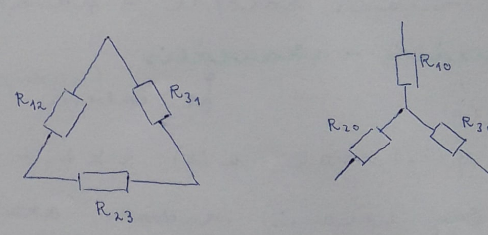
feszültség osztó képlet

$$u_1 = u_s \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

áramosztó képlet

$$i_1 = i_s \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

csillag-delta átalakítás



delta → csillag:

$$R_{10} = \frac{R_{31} R_{12}}{R_\Delta}$$

csillag → delta:

$$R_{12} = \frac{R_{10} R_{20}}{R_Y}$$

$$R_\Delta = R_{12} + R_{31} + R_{23}$$

$$\frac{1}{R_Y} = \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{30}}$$

Kirchhoff-szabályai:

csomóponti: zárt felület, ahol az áramok egyszer folynak át → kifolyó: +
csomópontba folyó áramok előjeles összeg nulla   befolyó: −

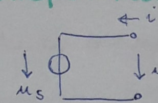
$$\sum_k i_k = 0$$

hurok törvény: hurok (irányított), ami egyik kétpólust sem tartalmazza többször
a feszültségek előjeles összege nulla
↓
körbejárás iránya ⊕

$$\sum_k u_k = 0$$

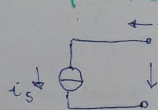
Kirchhoff típusú hálózatok:

- kétpólusok összekapcsolásából áll → összekapcsolással többpólusok is
  ↓
  feszültség és áram (pozitív töltések áramlási iránya) közötti kapcsolattal jellemezzük
- kétpólusok osztályozásai (nagyobb potenciálútól a kisebb felé)
  - feszforrás



$u = u_S$

  - áramforrás



$i = i_S$

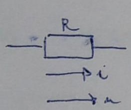
egyező referencia irány
↓
$p = u \cdot i$ $[p] = W$

$p < 0$ termelő

$p > 0$ fogyasztó

$\sum_{k=1}^{M} p_k = p$, ahol M a kétpólusok száma

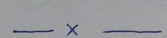
  - lineáris ellenállás:



$R = \frac{u}{i}$ $G = \frac{1}{R}$ ← konduktancia
↑
rezisztencia

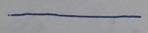
- időben állandó
- nem negatív
- passzív, nag

  - szakadás



$i = 0$

  - rövidzár



$u = 0$

} passzív (nonenergikus)

- elemi számítási módszer:
  - fesz. forrás
  - áramforrás
  - csillag - delta
  - szuperpozíció
- felírható egyenletek száma

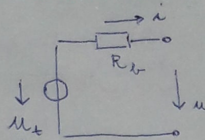
KÁT: $n - 1$ független áramtörvény írható fel
↑ csomópont ~~ágak~~ száma   ↓ fundamentális rendszer

KFT: $b - (n - 1)$
↑
ágak száma / kétpólusok száma

helyettesítő generátorok:

Egy lineáris ellenállásokat és áram- vagy feszültség-forrást tartalmazó hálózat, vagy hálózatrész helyettesíthető Thevenin vagy Northon helyettesítő képpel

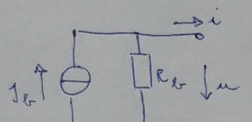
Thevenin: (feszültség generátor)



$u = u_t - R_b i$

↑ üresjárási feszültség

Northon: (áram generátor)



$i = i_b - \frac{1}{R_b} u$

↑ rövidzárási áram

csomóponti val/ felírható hurokárammal

↓

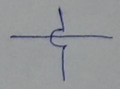
R_b kifejezhető u_t és i_b segítségével

csomóponti potenciálok módszere:

- n − 1 db független áramtv. írható fel
  ↑ csomópontok száma
- egy csomópont értéke tetszőlegesen megválasztható (referencia csomópont)
  ↓ bázis
  célszerű nullának választani (könnyű vele számolni)
- a csomópontokhoz hozzárendelem változókat
  ↓
  csomóponti potenciálok
  ↓
  ezekből írom fel az egyenleteket
  ↓
  rendszerrel kifejezhetőek a keresett áramok és feszültségek

hurokáramok módszere:

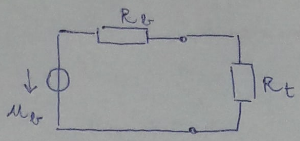
- b − (n − 1) db független huroktv. írható fel
- elindulok egy csomópontból és úgy képezek egy zárt görbét, hogy minden csomóponton csak egyszer haladok át
  ↓
  azt a görbét, amely nem tartalmaz kisebb zárt görbét huroknak nevezzük
- hurokáramok módszere 2D-s (planárisan lerajzolható) hálózatok esetén alkalmazhatók
  pl. ennél nem



- minden hurokhoz rendelek egy hurokáramot
- annyi hurok van, ahány ablak van
- egy áramforráson csak egy hurok mehet át
- ha áramforráson megy át, akkor az hurok árama az áramforrás árama

teljesítményillesztés:

$R_t = R_b$, hogy R_t-n a legnagyobb teljesítmény essen



a hatásfok legfeljebb 50%

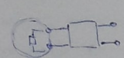
$$P_{max} = \frac{u_b^2}{4R_t}$$

szuperpozíció elve:

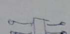
Ha egy lineáris hálózat több forrást tartalmaz, akkor a hálózat bármelyik árama vagy feszültsége úgy számolható, hogy meghatározzuk az egyes források által létrehozott áramot vagy feszültséget és ezeket előjelesen összeadjuk, vagyis szuperponáljuk.

↓

dezaktivizáció

csatolt kétpólus: 

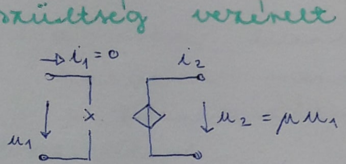
ha nincs összekapcsolva semmivel, akkor is tudja a karakterisztikát

kétkapu 

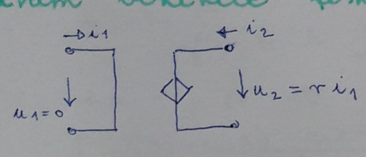
csak akkor értelmezzük, ha ~~össze van kapcsolva valamivel~~ a kapu kétpólussal van lezárva → biztosítja, hogy a lezárás nem új ismeretlen

vezérelt források

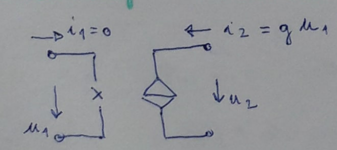
feszültség vezérelt feszültségforrás:



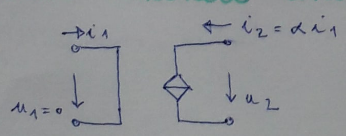
áram vezérelt feszültségforrás:



feszültség vezérelt áramforrás:



áram vezérelt áramforrás:



aktív komponensek

$\mu, r, g, \alpha \geq 0$

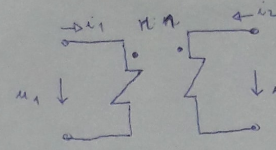
- teljesítménye:

$$P = \underbrace{u_1 i_1}_{0} + \underbrace{u_2 i_2}_{+ \text{ vagy } -}$$

- gyakorlatban műveleti erősítővel közelítően realizálható
- a vezérelt forrást be kell dugni a konnektorba.

csatolt kétpólusok:

ideális transzformátor:

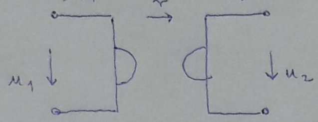


$u_1 = n u_2$

$i_2 = -n i_1$

passzív (nonenergikus)

girátor:



$u_2 = r i_1$

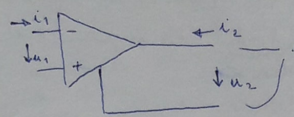
$u_1 = -r i_2$

$r \in \mathbb{R}$

passzív (nonenergikus)

ideális erősítő: végtelen feszültségerősítési tényezőjű feszültségvezérelt feszültségforrás

aktív komponens



— nem írunk rá egyenletet

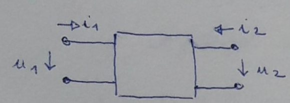
$i_1 = 0$

$u_1 = 0$ → ezért a két lábának megegyező a potenciálja

kétkapu karakterisztika:

hibrid típusú: R, G, H, K

$\frac{i}{u}$ → Siemens



impedancia

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{R}} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

admittancia

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{G}} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$R = G^{-1}$

$G = R^{-1}$

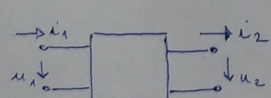
hibrid

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{H}} \begin{bmatrix} u_2 \\ i_1 \end{bmatrix}$$

inverz hibrid

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{K}} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

lánc típusú: A, B



lánc

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{A}} \begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

inverz lánc

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{B}} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix}$$

kétkapuk tulajdonságai:

reciprocitás:

$R_{12} = R_{21}$

$G_{12} = G_{21}$

$H_{12} = -H_{21}$

$K_{12} = -K_{21}$

$\det \underline{\underline{A}} = 1$

$\det \underline{\underline{B}} = 1$

- kétkapu primer oldalára áramforrás, szekunderre szakadás, majd fordítva

↓

ha a két ~~áramforrás~~ szakadás feszültsége egyezik, akkor ~~szimmetrikus~~ reciprok (és)
ha a két áramforrás feszültsége is egyezik, akkor szimmetrikus

- ugyanez eljátszható feszültségforrással és rövidzárral

szimmetria:

ha a kétkapu reciprok és

$R_{11} = R_{22}$

$G_{11} = G_{22}$

$\det \underline{\underline{H}} = 1$

$\det K = 1$

$A_{11} = A_{22}$

$B_{11} = B_{22}$

- a csak ellenállásokból és ideális forrásokból álló hálózat mindig reciprok
- a felépítésében szimmetrikus kétkapu szimmetrikus

passzivitás:

- a rezisztív n-kapu akkor passzív, ha
  $p(t) = \sum_{k=1}^{n} u_k i_k$ teljesítménye minden időpontban nem negatív
- ha $p(t) = 0$, akkor passzív és nonenergikus
- <u>passzivitás feltétele</u>
  $F_{11} \geq 0 \quad F_{22} \geq 0 \quad F_{11} F_{22} \geq \left(\frac{F_{12} + F_{21}}{2}\right)^2 \qquad F \in \underline{\underline{G}}, \underline{\underline{H}}, \underline{\underline{K}}, \underline{\underline{R}}$
- ha $F_{11} = 0 \quad F_{22} = 0 \quad F_{12} + F_{21} = 0$, akkor nonenergikus
- ha $p(t) < 0$, akkor aktív
- a csak passzív elemekből felépülő hálózatok mindig passzívak

↓

giràtor, ~~trö~~ transzformátor ellenállás

- feltétele, hogy a munkafv. negatív legyen
  $w(t) = \int_{-\infty}^{t} p(\tau) d\tau$

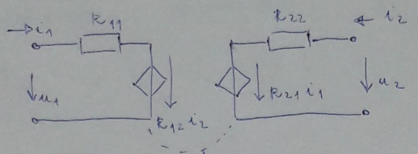
kétkapuk helyettesítése

természetes helyettesítő kapcsolás:

karakterisztikából

pl. $u_1 = R_{11} i_1 + R_{12} i_2$

$u_2 = R_{21} i_1 + R_{22} i_2$



- két ellenállást és két vezérelt forrást tartalmaz
- a kapcsolás egy-egy paraméterre megegyezik a kétkapu valamelyik hibrid típusú karakterisztikájának egyik paraméterével

$\frac{u}{i}$ sorosan $\frac{i}{u}$ párhuzamosan

- $u_1 = 0$ $i_1 = 0$ lánc kar. → ideális erősítő a helyettesítő képe

csak akkor köthető össze, ha ismerjük a doboz tartalmát

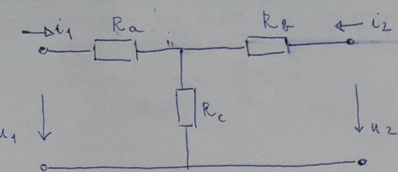
- hátránya a két vezérelt forrás
- nem reciprok kétkapukhoz is jó

reciprok kétkapu helyettesítése:

T és Π tag akkor létezik, ha van impedancia/admittancia karakterisztikája

T: legegyszerűbb impedanciával

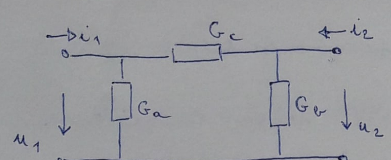
csillag - deltával egymásba átalakíthatóak



helyettesítés meghatározása:

hurokegyenletek felírásával az megfelelő karakterisztika kifejezése és összehasonlítása

Π: legegyszerűbb admittanciával

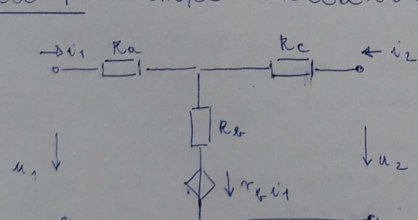


helyettesítés meghatározása:

csomópontival a megfelelő karakterisztika kifejezése és összehasonlítás

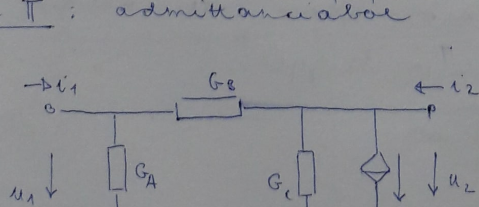
nem reciprok kétkapu helyettesítése:

hibrid T: impedanciából



- impedancia vagy admittancia karakterisztikával kell rendelkeznie
- 3 ellenállás + 1 vez. forrás
- előnye, hogy csak 1 vezérelt forrást tartalmaz
- hátránya, hogy csak a megadott karakterisztikánál létezése esetén értelmezhető

hibrid Π: admittanciából



átviteli mennyiségek

feszültségátviteli tényező:

$$H_u = \frac{u_t}{u_1}\Big|_{R_t} = \frac{u_2}{u_1}\Big|_{R_t}$$

(-vel van lezárva)

áramátviteli tényező:

$$H_i = \frac{i_t}{i_1}\Big|_{R_t} = \frac{-i_2}{i_1}\Big|_{R_t}$$

átviteli/transzfer konduktancia:

$$G_t = \frac{i_t}{u_1}\Big|_{R_t} = -\frac{i_2}{u_1}\Big|_{R_t}$$

transzfer rezisztancia

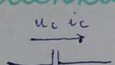
$$R_t = \frac{u_t}{i_1}\Big|_{R_t} = \frac{u_2}{i_1}\Big|_{R_t}$$

dinamikus hálózatok:

- jelentősége van az időnek
- képes elektromágneses energia tárolására
  - kondenzátor: elektromos energia
  - tekercs: mágneses energia
- kauzális, lineáris, invariáns rendszerekkel foglalkozunk

dinamikus komponensek:

kondenzátor:



→ a két elektróda között elektromos tér

$[C] = F$ ált: p, n, μ

állandó, pozitív

$$u_C(t) = \frac{1}{C}\underbrace{\int_{-\infty}^{t} i_C(\tau)\,d\tau}_{\text{kondenzátorban tárolt töltés}}$$

, ha a kondenzátor töltése és feszültsége $t=-\infty$-ben nulla

kapacitás

<u>karakterisztikája</u> $i_C(t) = C\,u_C'(t)$

<u>teljesítménye:</u> $p(t) = u_C(t) \cdot i_C(t) = u_C(t)\, C\, u_C'(t)$

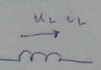
<u>tárolt energia</u> (munkatétel)

$-\infty$-ben nem tárol energiát ($u_C(-\infty)=0$)

$$W_C(t) = \int_{-\infty}^{t} p(\tau)\,d\tau = \frac{1}{2} C u_C^2$$

időben állandó feszültségnél szakadás

tekercs:



→ mágneses tér a tekercsben

$[L] = H$ $\quad$ ált: μ, m

állandó, pozitív

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\underbrace{\int_{-\infty}^{t} u_L(\tau)\,d\tau}_{\text{mágneses fluxus}}$$, ha a tekercs fluxusa és árama a $t = -\infty$ -ben nulla

induktivitás

jól modellezhető vele vezető hurok vagy sokmenetű tekercselés

karakterisztikája: $u_L(t) = L\,i_L'(t)$

teljesítménye: $p(t) = u_L(t)\cdot i_L(t) = L\,i_L'(t)\,i_L(t)$

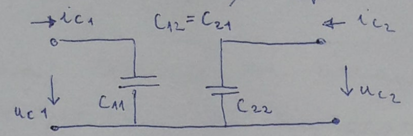
(mgyhatv.)

tárolt energia: $W_L(t) = \int_{-\infty}^{t} ~~L\,i\,i'~~\; p(\tau)\,d\tau = \frac{1}{2}L\,i_L^2$ $\quad$ ha $i_L(-\infty) = 0$

időben állandó áramnál rövidzár

csatolt kondenzátorok:

↗ reciprocitás miatt



bármelyik kondenzátor árama függ valamennyi kondenzátor feszültségétől

C_{11}, C_{22} pozitív

C_{12}, C_{21} negatív

$i_{C1} = C_{11}\,u_{C1}' + C_{12}\,u_{C2}'$

$i_{C2} = C_{21}\,u_{C1}' + C_{22}\,u_{C2}'$

passzív, veszteségmentes komponens

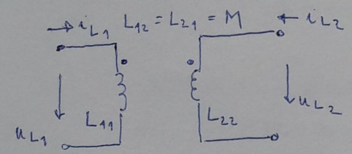
helyettesítés 2 kondenzátorra: Π-tag

~~teljesít~~ $\quad C_{12} = C_{21} \leq \sqrt{C_{11}C_{22}}$

tárolt energia: $W_{C_{12}}(t) = \frac{1}{2}C_{11}u_{C1}^2 + \frac{1}{2}C_{22}u_{C2}^2 + C_{12}u_{C1}u_{C2} \geq 0$

használata: több vezető testből és földből álló elrendezés

csatolt tekercsek:



- az áram befolyási iránya → L_{12}, L_{21}, M előjele megadott lesz

bármelyik tekercs feszültsége függ valamennyi tekercs áramától

L_{11}, L_{22} pozitív

L_{12}, L_{21} pozitív vagy negatív

$u_{L1} = L_{11}\,i_{L1}' + M\,i_{L2}'$

$u_{L2} = M\,i_{L1}' + L_{22}\,i_{L2}'$

passzív, veszteségmentes komponens

tárolt energia: $W_{L_{12}}(t) = \frac{1}{2}L_{11}\,i_{L1}^2 + \frac{1}{2}L_{22}\,i_{L2}^2 + M\,i_1\,i_2 \geq 0$

$|M| \leq \sqrt{L_{11}L_{22}}$

$k = \sqrt{\frac{L_{12}^2}{L_{11}L_{22}}} \leq 1$ $\quad$ $k = 1$ jól megközelíthető, de nem érhető el

csatolási tényező

helyettesítés 2 tekercsre: T-tag

dinamikus komponensek tulajdonságai:

passzív: annyit tud visszaadni, amennyit beletettek

aktív: (nem létezik!) tetszőleges nagyságút tudnánk kivenni

veszteségmentes: maradéktalanul visszaadja a betett energiát

állapotváltozós leírás:

A rendszer, illetve a rendszert reprezentáló hálózat $x_1, x_2 \dots x_N$ állapotváltozói a változók azon minimális halmaza, amely a következő 2 tulajdonsággal bír.
A rendszert leíró egyenletek és a gerjesztések ismeretében az állapotváltozók bármely t_a időpontbeli $x_1(t_a), x_2(t_a) \dots x_N(t_a)$ értékeiből (a rendszer t_a időpontbeli állapotából) meghatározható:

- a rendszer állapotváltozóinak bármely $t_a > t_b$ időpontbeli értékei
- a rendszer válaszainak t_a időpontbeli $y_1(t_a), y_2(t_a) \dots y_N(t_a)$ értékei

Kauzális rendszer vagy kauzális komponensekből álló hálózat esetén a t_a időpontbeli állapot meghatározásához elegendő a gerjesztéseket t_a időpontig ismerni.

normálalak:

$$\underline{x}'(t) = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}(t) + \underline{\underline{B}}\,u(t)$$

$\underline{\underline{A}}$ rendszermátrix

$$y(t) = \underline{C}^T \underline{x}(t) + D\,u(t)$$

$$x = \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} \qquad u = \begin{bmatrix} u_S \\ i_S \end{bmatrix}$$

- ha létezik az állapotváltozós leírás normálalakja, akkor reguláris a hálózat
- a rendszám megadja, hogy a rendszer hány módon tud energiát tárolni (mennyi dinamikus komponenst tartalmaz) $\rightarrow N$
- korlátos gerjesztés esetén az állapotváltozó deriváltja létezik és korlátos $\rightarrow$ az állapotváltozó folytonos

normálalak előállítása

- a hálózat gráfja alapján: normálfa

  ha nincs normálfa nem reguláris a hálózat
  - minden kondenzátor egy faág
  - minden tekercs egy kötőág
  - a gráf:
    - tartalmazza: $-\ominus-$ $\;—\;$ $-|\,|-$ $\leftarrow$ faág
    - ne tartalmazza: $-\oplus-$ $\;-\times-\;$ $-\text{m}-$ $\leftarrow$ kötőág

- ad-hoc módszer
  - ismertek: források: u_S, i_S
    változók: u_C, i_L
  - kifejezzük: változók deriváltja: u_C', i_L'
  - válasz: y

- visszavezetés rezisztív hálózat analízisére

  kondenzátor $\rightarrow$ fesz. forrás $\rightarrow$ áram ($\downarrow Cu_C'$) tekercs $\rightarrow$ áramforrás $\rightarrow$ feszültség ($\downarrow Li_L'$)

állapotegyenletek megoldása

kezdeti és kiindulási értékek

$$x(+0) = \lim_{t \to 0+} \underline{x}(t) \qquad t > 0$$

$$x(-0) = \lim_{t \to 0-} \underline{x}(t) \qquad t < 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{korlátos a gerjesztés: } |u(t)| < \infty \\ \text{korlátos az állapotváltozó: } |x(t)| < \infty \end{array}\right\} |\underline{x}'(t)| < \infty$$

$\downarrow$

$\underline{x}(t)$ folytonos és diffható

bekapcsolási folyamat: kauzalitás $\rightarrow \underline{x}(+0) = 0$

~~áll. áram~~ ~~...~~ $\downarrow$ tekercs: szakadás   ~~áll. fesz.~~ ~~...~~ kondenzátor: rövidzár

$\underline{X}(-0) = \underline{x}(+0) \leftarrow \underline{u}(+0) \neq \infty$

(+0) egyébként áramforrás   egyébként feszültségforrás

összetevőkre bontás módszere

$\underline{x}(t) = \underline{x}_f(t) + \underline{x}_g(t)$

szabad összetevő

gerjesztett összetevő

elsőrendű

szabad összetevő → gerjesztetlen rendszer válasza

$x'_f = A x_f(t)$

$x_f = K e^{At}$ sajátfv. $\lambda = A$

gerjesztett összetevő → ha a gerjesztés $t=0$ időpont után egyszerű függvénnyel leírható

$\left.\begin{array}{l} x'_g(t) = A x_g(t) + B u(t) \\ x'_g = 0 \text{, mivel } x_g = X \end{array}\right\}$ $0 = A X_g + BU$ ~~$\to X = A^{-1} BU$~~

$u(t)$ alapján próbafv x_g-re és behelyettesítés

ha a gerjesztés, vagy annak összetevője megegyezik egy sajátfv.-nyel

pl. $u = Ue^{\lambda_1 t} \to x_g = X t e^{\lambda_1 t}$

K konstans meghatározása

$K = x(+0) - x_g(+0) \equiv x(0) = x_f(0) + x_g(0)$

általános eset

szabad összetevő

annyi sajátértéke van, amennyi a rendszám

$\lambda \underline{m} = \underline{A}\,\underline{m}$ ⟶ λ meghatározása :

$\underline{x}_f(t) = \sum_{i=1}^{N} K_i \underline{m}_i e^{\lambda_i t}$

det ennek kifejtése a karakterisztikus polinom

$0 = (\lambda \underline{1} - \underline{A})\,\underline{m}$

$\det = 0$!, akkor $\underline{m} \neq 0$, $K_i \neq 0$

komplex konjugált sajátértékeknél:

$\lambda_{1,2} = \sigma \pm j\omega$ ← saját körfrekvencia

$\delta = -\sigma$ csillapítási együttható

~~$x_f = 2$~~ $K_1 = P + jQ \qquad K_2 = P - jQ$

$x_f = 2(P\cos\omega t - Q\sin\omega t)\,e^{\sigma t}$

$\lambda, \lambda^* \to m, m^*$

kétszeres valós sajátérték:

$x_f = M_1 e^{\lambda t} + M_2 t e^{\lambda t}$

gerjesztett összetevő

$u(t)$ próbafv.

$\underline{x}'_g = \underline{A}\,x_g + \underline{B}\,u \to 0 = \underline{A}X + \underline{B}U \to X = \underline{A}^{-1}\underline{B}\,U$

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

kezdeti feltétel érvényesítés

K_i kiszámítása

$x(+0) = \sum_{i=1}^{N} K_i \underline{m}_i \underbrace{e^{\lambda t}}_{1} + x_g(+0)$

$K = \underline{\underline{M}}^{-1}\left(\underline{x}(+0) - \underline{x}_g(+0)\right)$

elsőrendű hálózatok vizsgálata

az időállandó

$\tau > 0$

$\tau = -\frac{1}{\lambda} = \begin{cases} CR_e \\ \frac{L}{R_e} \end{cases}$ =

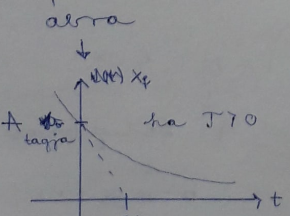
komplex sajátértékek esetén

$\tau = -\frac{1}{Re\{\lambda\}}$

ábrázolás: a kezdeti meredekség érintője τ-hoz

állandó gerjesztés bekapcsolása

ÁVLNA + ábra



$\tau < 0$ $\qquad$ $\tau > 0$

mon. növ. / csökk.

~~A~~ tagja

azért itt metszi, mert $x'_f = -\frac{A}{\tau}$, ha $t = 0$

aszimptotikus stabilitás

Lineáris, invariáns rendszer aszimptotikusan stabilis, ha $t = 0$ időponttól gerjesztetlen (magára hagyott) rendszer minden állapotváltozója nullához tart bármely kezdeti állapot esetén. $\lim_{t \to \infty} e^{\lambda_i t} = 0 \iff v_i = Re\{\lambda_i\} < 0$, $i = 1, \dots, N$

- határhelyzetben van, ha $t = 0$-tól gerjesztetlen rendszer minden állapotváltozója tetszőleges kezdeti állapot esetén korlátos marad

Hurwitz-kritérium:

$\forall \lambda_i : Re\{\lambda_i\} < 0$, akkor aszimptotikusan stabilis

$\Uparrow$ $a_1, a_2, a_3 \dots > 0$ ← karakterisztikus polinom szorzói

aszimptotikusan stabilis → GV stabilis

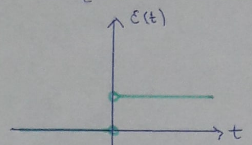
lehetnek olyan nem korlátos állapotváltozók, amelyek nem befolyásolják a választ → ez már nem lehet asz. stab!

vizsgáló jelek

egységugrás

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0, & \text{ha } t < 0 \\ 1, & \text{ha } t > 0 \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

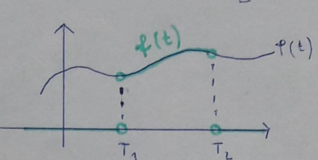
az egységugrás gerjesztéshez tartozó válasz az ugrásválasz



$\varepsilon(t - T)$-vel eltolható a fv jobbra

<u>ablakozás</u>

például: $f(t) = [\varepsilon(t - T_1) - \varepsilon(t - T_2)]\, f(t)$

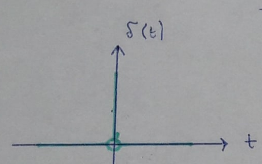


Dirac-impulzus

$\delta(t) = 0 \quad t \neq 0$ és $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\, dt = 1$

nem fv, hanem disztribúció (általánosított fv.)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - T)\, f(t)\, dt = f(T)$$



<u>tulajdonságai</u>

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\, d\tau$$

állandó folyamatot ír le, de rövid ideig tart és egy impulzust ír le

$[\varepsilon(t)]' = \delta(t)$ → más jelből is származtathatjuk, de ez a célszerű

általánosított derivált

ugrásválaszból impulzusválasz:

$$h(t) = g'(t) = g'(t)\,\varepsilon(t) + g(+0)\,\delta(t)$$

ugrásválasz

ha a gerjesztés egységugrás, akkor a válasz $\varepsilon(t)$-vel megszorozva az ugrásválasz

$u(t) = \varepsilon(t) \to y(t) = g(t)$

impulzusválasz

$h(t) = g'(t)$

általánosított derivált

- gerjesztése a Dirac-impulzus, válasza az impulzusválasz
- rövid ideig gerjesztett, majd magára hagyott rendszer válasza
- kauzális rendszer impulzusválasza belépő
- közelítőleg az obiktumon mérhető

- lineáris, invariáns rendszer $h(t)$-a a Dirac - impulzus gerjesztéshez tartozó válasza:

$$u(t) = \delta(t) \longrightarrow y(t) = h(t)$$

- lineáris invariáns rendszer $u(t)$ gerjesztéshez tartozó $y(t)$ válasza kifejezhető a rendszer $h(t)$ impulzusválaszának ismeretében:

a tartományok felcserélhetőek

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau)\, u(\tau)\, d\tau = h(t) * u(\tau)$$

konvolúciós integrál

konvolúció

impulzusválasz belépő: $\int_{-\infty}^{t}$

gerjesztés belépő: $\int_{-0}^{\infty}$

$\int_{-0}^{t}$

ha nem az impulzusválasz ← nem az ugrásválasz nem tartalmaz $\delta(t)$-t, akkor az alsó határ nulla is lehet

- kauzális rendszer belépő gerjesztéséhez tartozó válasz

$$y(t) = \int_{-0}^{t} h(t-\tau)\, u(\tau)\, d\tau = h(t) = 0 \qquad u(t) = 0 \quad t < 0$$

$$h(t) = D\delta(t) + \varepsilon(t)\, c^T e^{At} B$$

$$L_k = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{N} \frac{\underline{\underline{A}} - \lambda_i 1}{\lambda_k - \lambda_i} \qquad e^{\underline{\underline{A}} t} = \sum_{k=1}^{N} e^{\lambda_k t} L_k$$

$\underline{\underline{M}}\, e^{\underline{\underline{A}} t}\, \underline{\underline{M}}^{-1}$; vagy Lagrange mátrixxal

gerjesztés-válasz stabilitás

bármely korlátos gerjesztésre korlátos választ ad a lineáris invariáns rendszer

ha $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\, dt < \infty \iff \lim_{t \to \infty} h(t) = 0$

abszolút integrál

A

GV

ha nem GV stabilis, de korlátos gerjesztésre korlátos választ ad

határhelyzet

szinuszos állandósult állapot

lineáris, invariáns és gerjesztés - válasz stabilis

$u(t) = \mathcal{U} \cos(\omega t + \varphi)$ — amplitúdó; kezdeti időpont

ω: állandó — körfrekvencia

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

$\mathcal{U}, Y$: amplitúdó

$y(t) = Y \cos(\omega t + \varphi)$

jellemezhető még T periódusidővel és f frekvenciával

$\mathcal{U}, T, f, \omega > 0$

t minden értékére $u(t) = u(t+T)$ → periodikus

komplex leírás:

$$u(t) = \mathcal{U}\cos(\omega t + \varphi) = \mathrm{Re}\{\mathcal{U} e^{j\varphi} e^{j\omega t}\} = \mathcal{U}\, \mathrm{Re}\{e^{j(\omega t + \varphi)}\}$$

$\overline{u} = \mathcal{U} e^{j\varphi}$ — kezdőfázis; csúcsérték

fazor

$[f] = Hz$

$[\omega] = \frac{rad}{s}$

$z = x + jy$

$z = |z| e^{j\varphi} \rightarrow \mathrm{arctg}\frac{y}{x} = \varphi$

$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$

műveletek:

összeadás: $\overline{u} = \mathcal{U} e^{j\varphi} = \overline{u}_1 + \overline{u}_2$

skalárral szorzás: $\overline{u} = \mathcal{U} e^{j\varphi} = K \mathcal{U}_1 e^{j\varphi_1} \qquad \mathcal{U} = K \mathcal{U}_1$

deriválás: $\overline{u} = j\omega \overline{u}_1$

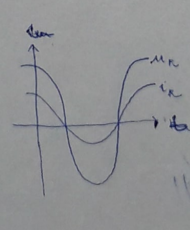
integrálás: $j\omega$-val osztás (formálisan)

impedancia:

ellenállás:

$$\overline{Z}_R = \frac{\overline{u}}{\overline{J}} = R \qquad [Z] = [R] = \Omega$$

valós

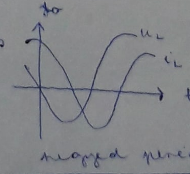


tekercs

$$\overline{u} = j\omega L \overline{J}$$

$$\overline{Z}_L = \frac{\overline{u}}{\overline{J}} = j\omega L$$

képzetes



negyed periódussal siet (90°)

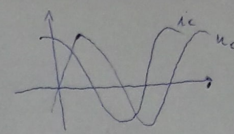
periodikus állapot vizsgálata:

- stabilis hálózat esetén a periodikus állapot az állandósult állapotot jelenti, amelybe a változók tartanak és kellően hosszú idő múlva beáll
- ha a hálózat a forrásokon kívül csak passzív komponenseket és legalább 1 ellenállást tartalmaz, akkor kivételes esetektől eltekintve a hálózat stabilis
- nagyon fontos, hogy a hálózatnak stabilisnek kell lennie

kondenzátor

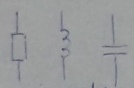
$\overline{I} = j\omega C \overline{U}$

$\overline{Z}_C = \frac{\overline{U}}{\overline{I}} = \frac{1}{j\omega C}$ képzetes



negyed periódussal késik (90°)

általános kétpólus



~~impedancia~~ impedancia abszolút értéke

$\overline{Z} = R + jX \leftarrow$ reaktancia $= Ze^{j\varphi}$

rezisztencia, ha $= 0 \rightarrow$ reaktáns kétpólus

- csak elemi reaktáns kétpólusok (tekercs, kondi) összekapcsolásából álló kétpólusok reaktánsok

hálózati egyenletek komplex írásmódban

- a Kirchhoff egyenletek működnek
- a helyettesítő képek működnek

jósági tényező: soros rezgőkörnél

relatív csillapítási tényező: $\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$

$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\xi}$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Q nagy $\rightarrow$ kicsi veszteség

Q kicsi $\rightarrow$ nagy veszteség

$\rightarrow$ ideális: $R = 0$, $Q = \infty$

hídkapcsolások

- egyenáramú híd
- váltakozóáramú Maxwell-híd
- transzformátor modell

$\frac{\overline{U}_1}{\overline{U}_2} = \frac{N_1}{N_2}$ $\qquad \frac{\overline{I}_1}{\overline{I}_2} = -\frac{N_2}{N_1}$

teljesítmények:

pillanatnyi teljesítmény $P - S \leq p \leq P + S$

$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \frac{1}{2}UI\cos\gamma + \frac{1}{2}UI\cos(2\omega t + 2\varphi - \gamma)$, ha $u(t) = U\cos(\omega t + \cancel{\gamma})$, $i(t) = I\cos(\omega t + \varphi - \gamma)$

$[p] = W$

hatásos teljesítmény: a pillanatnyi teljesítmény egy periódusra vonatkozó középértéke

$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{1}{2}UI\cos\varphi = S\cos\varphi = \mathrm{Re}\{\overline{S}\} \rightarrow P = \frac{U_0 I_0}{2}\cos(\varphi - \alpha)$

$[P] = W$

$\sum_{k=1}^{b} P_k = 0$, ahol b a kétpólusok száma

$u(t) = U_0\cos(i\omega_0 t + \varphi_i)$

$i(t) = I_0\cos(k\omega_0 + \alpha_k)$

$P > 0 \rightarrow$ fogyasztó $\rightarrow$ passzív: nem lehet termelői állapotú

$P < 0 \rightarrow$ termelő

aktív: termelő és fogyasztó is lehet

legalább egy termelőnek kell lennie

$P = I_{eff}^2 R = \frac{U_{eff}^2}{R}$

látszólagos teljesítmény: a pillanatnyi teljesítmény középértéke

$S = \frac{1}{2}UI \geq 0 = \sqrt{P^2 + Q^2} = |\overline{S}|$

$[S] = VA$

tekercsre: $\varphi > 0$

kondenzátorra: $\varphi < 0$

teljesítménytényező: $\lambda = \frac{P}{S} = \cos\varphi$

$-1 \leq \lambda \leq 1$

$|P| \leq S$

nem vonatkozik rá megmaradási tétel

meddő teljesítmény: wattmérővel egyszerűen mérhető

$Q = \frac{1}{2} U I \sin\varphi = S\sin\varphi$, ha $= 0$, akkor nincs tényleges teljesítményelengés
$= \mathrm{Im}\{\overline{S}\}$

$[Q] = \mathrm{var}$ (voltamper reaktív) → mert nem tartozik hozzá munkavégzés

$Q > 0$ fogyasztott
$Q < 0$ termelt

$S^2 = P^2 + Q^2$

$\sum_{k=1}^{b} Q_k = 0$

komplex teljesítmény

$\overline{U} = U e^{j\varphi}$
$\overline{I} = I e^{j(\varphi - \gamma)} \rightarrow \overline{I}^* = I e^{-j(\varphi-\gamma)}$

$\overline{S} = \frac{1}{2} U I e^{j\varphi} = \frac{1}{2} \overline{U}\,\overline{I}^* = S e^{j\varphi}$

$\overline{S} = P + Qj \longrightarrow S = |\overline{S}|$
$P = \mathrm{Re}\{\overline{S}\}$
$Q = \mathrm{Im}\{\overline{S}\}$

$[\overline{S}] = VA$ (voltamper)

$\sum_{k=1}^{b} \overline{S}_k = 0$

effektív érték → bizonyos műszerek ezt érzékelik

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,dt} \leftarrow \text{négyzetes középérték } (u(t)\text{-re})$$

ha $u(t) = U\cos(\omega t + \varphi)$

$U_{eff} = \frac{U}{\sqrt{2}}$ szinuszos jelnél — pozitív

nem feltétlen — pozitív: $U_0 = 0$

$U_a = \frac{2U}{\pi}$ ~~gyakran~~ pozitív

egyszerű középérték

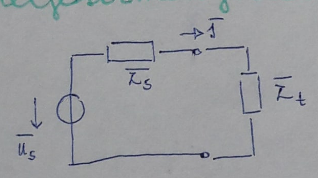
$$U_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,dt$$

abszolút középérték

$$U_a = \frac{1}{T}\int_0^T |u(t)|\,dt$$

- teljesítményeket számolva vele, el kell hagyni az $\frac{1}{2}$-eket

teljesítményillesztés:



$\overline{Z}_t = R_t + jX_t$
$\overline{Z}_S = R_S + jX_S$

$P_{t\,max} \rightarrow (X_S + X_t)^2 = 0$
$X_t = -X_S$
$R_t = R_S$
$\overline{Z}_t = \overline{Z}_S^*$

kétpólus teljesítményei:

$\overline{Z} = R + jX$

$P = \frac{1}{2} R I^2 \qquad Q = \frac{1}{2} X I^2 \qquad S = \frac{1}{2} Z I^2 \qquad \overline{S} = \frac{1}{2} \overline{Z} I^2$

passzivitás

- ha $P \geq 0$, akkor passzív → $R = \mathrm{Re}\{Z\} \geq 0$
  $P < 0$, akkor aktív
  $P = 0$, akkor ~~nonenergikus~~ reaktáns → $R = 0$
  $P = 0$ és $Q = 0$, akkor nonenergikus → $R = 0$, $X = 0$
- hibrid típusú: $F_{pq} + jM_{pq}$

  $F_{11} \geq 0 \quad F_{22} \geq 0 \quad F_{11}F_{22} \geq \left(\frac{F_{12}+F_{21}}{2}\right)^2 + \left(\frac{M_{12}-M_{21}}{2}\right)^2$ passzív

  $F_{11} = 0 \quad F_{22} = 0 \quad F_{12} + F_{21} = 0 \quad M_{12} + M_{21} = 0$ reaktáns
- passzív komponensek összekapcsolásából álló komponens passzív
- a passzivitás frekvenciafüggő

frekvenciafüggés:

lineáris, gerjesztés-válasz stabilis, invariáns rendszerben ω körfrekvenciájú szinuszos gerjesztés esetén a rendszer átviteli tényezője a választ jellemző időfv. komplex csúcsértékének és az időfüggő gerjesztés komplex csúcsértékének hányadosa.

jele: $\overline{H}$

átviteli tényező

$$\overline{H} = \frac{\overline{Y}}{\overline{U}}\Big|_{\omega \text{ adott}} = C^T\left[(j\omega E - A)^{-1}B\right] + D = Ke^{j\varphi}$$

értéke minden frekvencián más

átviteli karakterisztika

: $\overline{H}_u = \frac{\overline{U}_2}{\overline{U}_1}$ feszültség átviteli tényező; $\overline{Z}_T = \frac{\overline{U}_2}{\overline{J}_1}$ átviteli impedancia; $\overline{Y}_T = \frac{\overline{J}_2}{\overline{U}_1}$ átviteli admittancia; $\overline{H}_J = \frac{\overline{J}_2}{\overline{J}_1}$ áramátviteli tényező

$H(j\omega)$

olyan fv, amely egy valós értékhez, a körfrekvenciához egy komplex értéket, az adott körfrekvencián érvényes átviteli tényezőt rendeli

$$H(j\omega) = \frac{\text{válasz}}{\text{gerjesztés}} = C^T(j\omega E - A)^{-1}B + D$$

az átviteli karakterisztika ω racionális függvénye

normálalakja — általános alak

$$H(j\omega) = \frac{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \dots + b_{m-1}(j\omega) + b_m}{(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1}(j\omega) + a_n}$$

$n \geq m$

$$H^*(j\omega) = \{H(-j\omega)\}^*$$

futási idő karakterisztika:

$$\tau = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

$$H(j\omega) = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

sávszélesség?

amplitúdó karakterisztika:

$K(\omega) = |H(j\omega)|$ → ha csökken, akkor aluláteresztő; ha nő, akkor felüláteresztő

fázis karakterisztika

$\varphi(\omega) = \arg\{H(j\omega)\}$

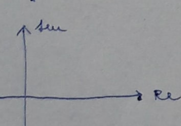
rezonancia körfrekvencia: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ — soros rezgőkörnél

ábrázolás:

Nyquist-diagram: a görbe a komplex számsíkon, amelyet a $H(j\omega)$ végpontja leír, miközben ω 0 és $-\infty$ vagy ∞ között változik

$H(j\omega) = \mathrm{Re}\{H(j\omega)\} + j\,\mathrm{Im}\{H(j\omega)\}$ alakra hozni

↓ $\omega = 0$ és $\omega = \infty$-t behelyettesítve megkapjuk a végpontokat



- polár koordináta rendszer
- negatív frekvenciára is értelmezve van → $H(-j\omega) = H^*(j\omega)$ → pozitív frekvenciához tartozó görbe tükörképe a valós tengelyre
- alkalmazás: stabilitás vizsgálat
  - számítógépes ábrázolásnál bármely ponthoz tartozó frekvencia és a $H(j\omega)$ közelítőleg leolvasható
  - akkor is használható, ha $\overline{H}$ átviteli együttható nem a frekvencia, hanem valamely más valós paraméter (pl. egy R rezisztancia) függvénye
- egyszerű hálózatokra az ábrázolás kör vagy egyenes

Bode - diagram

$$H(j\omega) = |H(j\omega)|\, e^{j \arg\{H(j\omega)\}}$$

arcty → $\arg\{H(j\omega)\}$ → $\varphi(\omega)$

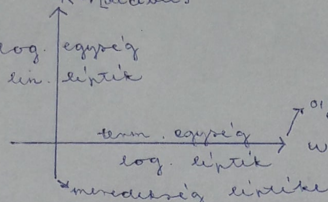
$|H(j\omega)|$ → $K(\omega)$

logaritmikus léptték: sokkal nagyobb függő és független változó tartományt tudunk ugyanakkora relatív hibával átfogni

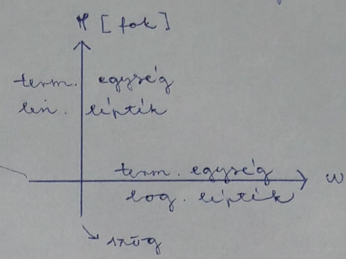
két diagram:

$K(\omega)$ → logaritmus egységben

$\varphi(\omega)$ → természetes egységben



0,01 ω
0,1 ω
ω
10 ω
100 ω



a lineáris skálázásnál az ábrára az abszolút hiba jellemző

egy oktáv / egy dekád a lépték

$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 2$ → oktáv

$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 10$ → dekád

logaritmus egység:

$k = 20 \lg K(\omega)$ → decibel → jele: dB

$K(\omega)$: egységrendszertől megfosztva → normálalak

$K(\omega)$

$\omega \ll \omega_1 \to k$

$\omega \gg \omega_1 \to k \to$ meredekség

$\omega = \omega_1 \to$ valódi érték itt hajlik

$\varphi(\omega)$

$\omega \ll \omega_1$

$\omega \gg \omega_1$

$\omega = \omega_1$

periodikus állandósult állapot

$u(t+T) = u(t) \quad \forall t \quad T > 0$ és a jel periódusideje → elég egy periódust nézni

- lineáris, invariáns és GV stabilis
- azért fontos a vizsgálata, mert a gerjesztést sokszor periodikus gerjesztés írja le és az általa gerjesztett periodikus választ keressük

→ a periodikus gerjesztéshez tartozó választ csak akkor feleltetjük meg a válasznak az állandósult összetevőjét, ha a hálózat stabilis

Fourier - sorfejtés

szinuszos jelalakkal becsülhetjük a való közelítésének hibáját

körfrekvencia: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$u(t) \approx u_N(t) = U_0 + \sum_{p=1}^{N} \left(U_p^A \cos(p\omega t) + U_p^B \sin(p\omega t) \right)$$ ← **valós alak**

folytonos fv-eknél

együtthatók: $2N+1$ db, n-edik felharmonikus körfrekvenciája $n\omega$, periódusideje $\frac{T}{n}$

$u_N(t)$ → N-ed rendű Fourier - polinom

energianorma:

$$E_N^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \left[u_N(t) - u(t) \right]^2 dt$$

↓

ha E_N^2 minimális, akkor optimális az együtthatók megválasztása

minél nagyobb az N, annál minimálisabb

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T 1 \cdot u(t)\, dt$$

$$U_p^A = \frac{2}{T} \int_0^T \cos(p\omega t)\, u(t)\, dt$$

$$U_p^B = \frac{2}{T} \int_0^T \sin(p\omega t)\, u(t)\, dt$$

ha ezek teljesülnek, akkor minimális az E_N^2

Fourier - sor a periodikus jel spektrális alakja

mérnöki valós alak:

$$u(t) = U_0 + \sum_{p=1}^{\infty} U_p \cos(p\omega t + \varphi_p)$$

p-edik harmonikus csúcsértéke és kezdőfázisa

$$\varphi_p = -\operatorname{arctg} \frac{U_p^B}{U_p^A} = \arg U_p^C \qquad U_k = \sqrt{(U_p^A)^2 + (U_p^B)^2} = 2|U_p^C|$$

komplex alak:

$$u_p = \sum_{p=-\infty}^{\infty} U_p^C e^{jp\omega t} \qquad U_p^C = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\, e^{-jp\omega t} \qquad U_{-p}^C = (U_p^C)^*$$

ha $u(t)$ komplex, akkor ez nem igaz

- ha $u(t)$ tisztán páros $\rightarrow U_p^B = 0$
- ha $u(t)$ tisztán páratlan $\rightarrow U_p^A = 0$

pontonkénti konvergencia

$t = 0$ -ban és $t = T$ -ben vizsgálat

↓

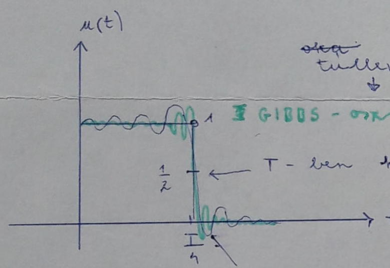
kifejtjük a sort és behelyettesítünk

↓

$u(t) =$

$$\lim_{N \to \infty} u_N(t) = \begin{cases} u(t), \text{ ha } t\text{-ben folytonos} : u(t-0) = u(t+0) \\ \dfrac{u(t-0) + u(t+0)}{2} \text{ nem folytonos} \end{cases}$$

viselkedés szakadási hely körül



túllendülés → oka: a Fourier-sor minden tagja és így minden részletösszege is nulla a $t=0$ helyen

↓

GIBBS-oszcilláció: akkor sem tűnik el, ha $N \to \infty$

↓

páratlan jelnél így kell lennie

T-ben konvergencia

Fourier-sor

együtthatók sorozatának viselkedése

ha $u(t)$ m-edik deriváltja folytonos

↓

$m = 0$ önmaga $\qquad \dfrac{1}{p^{m+2}}$

$m = -1$ integrálja

periodikus jelek teljesítményei:

hatásos: $P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} U_k I_k \cos\varphi_k$

látszólagos: $S = U_{eff} I_{eff}$

meddőre nincs ált.!

periodikus jelek középértékei:

$U_{min} = \min\{u(t)\}$

$U_{max} = \max\{u(t)\}$

$U_m = \max\{|u(t)|\}$

$\Delta u = U_{max} - U_{min}$

egyszerű középérték:

$$U_0 = \frac{1}{T}\int_{0\,(t)}^{T\,(t+T)} u(t)\, dt$$

az áram középértéke $Q = I_0 t$ alakban megadja a $t \gg T$ idő alatt szállított töltést

abszolút középérték

$$U_a = \frac{1}{T}\int_0^T |u(t)|\, dt$$

a kétoldalasan egyirányított periodikus áram abszolút középértéke $Q = I_a t$ alakban megadja a $t \gg T$ idő alatt szállított töltést

effektív érték

négyzetes középérték:

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\, dt}$$

az áram effektív értéke $W = R I_{eff}^2 t$ alakban megadja a $t \gg T$ idő alatt egy R rezisztenciájú ellenállás által fogyasztott villamos energiát

formatényező: $k_f = \dfrac{U_{eff}}{U_a} \geq 1$ $\qquad$ csúcstényező: $k_m = \dfrac{U_m}{U_{eff}} \geq 1$

Fourier-sorból:

$$U_{eff} = \sqrt{U_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{\infty} U_p^2}$$

rendszeranalízis Fourier-sorrac

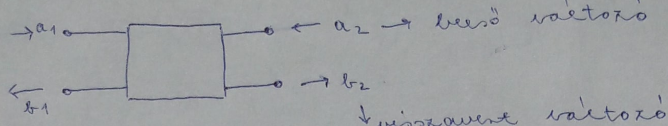
torzítási tényező: - nulla középértékű periodikus jelnek szinusztól való eltérése
- a felharmonikusok effektív értékének és a jel effektív értékének viszonya

$$k = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + \dots}}{U} = \frac{\sqrt{U^2 - U_1^2}}{U} = \sqrt{1 - \left(\frac{U_1}{U}\right)^2} \quad U_0 = 0$$

a torzítás annál kisebb, minél kisebb a pozitív k

szórási változók

nagy frekvencián a feszültség és az áram nem definiálható, hanem teljesítménnyel jellemezhető



komplex amplitudók

$$a_1 = \frac{\overline{U_1}}{2\sqrt{R_1}} + \frac{\sqrt{R_1}\,\overline{I_1}}{2} \qquad b_1 = \frac{\overline{U_1}}{2\sqrt{R_1}} - \frac{\sqrt{R_1}\,\overline{I_1}}{2}$$

$$a_2 = \frac{\overline{U_2}}{2\sqrt{R_2}} + \frac{\sqrt{R_2}\,\overline{I_2}}{2} \qquad b_2 = \frac{U_2}{2\sqrt{R_2}} - \frac{\sqrt{R_2}\,\overline{I_2}}{2}$$

R_1 primer oldali normalizáló rezisztencia

R_2: szekunder oldali -"-

$$[a_{1,2}] = [b_{1,2}] = \sqrt{W}$$

$$\overline{U_1} = \sqrt{R_1}\,(a_1 + b_1) \qquad \overline{I_1} = \frac{1}{\sqrt{R_1}}(a_1 - b_1)$$

$$\overline{U_2} = \sqrt{R_2}\,(a_2 + b_2) \qquad \overline{I_2} = \frac{1}{\sqrt{R_2}}(a_2 - b_2)$$

$$P_1 = \frac{1}{2}\left(|a_1|^2 - |b_1|^2\right)$$

$$P_2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left\{\overline{U_2}\,\overline{I_2}^*\right\} = \frac{1}{2}\left(|a_2|^2 - |b_2|^2\right)$$

szórási paraméterek:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \underline{\underline{S}} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \qquad [S_{ij}] = 1 \text{ dimenzió}$$

$S_{11} \rightarrow a_2 = 0$

$S_{12} \rightarrow a_1 = 0$

$S_{21} \rightarrow a_2 = 0$

$S_{22} \rightarrow a_1 = 0$

teljesítményviszonyok

$$P_{SMAX} = \frac{|U_S|^2}{8 R_S}$$

primer oldalon Thevenin, szekunderen lezáró ellenállás (R_2)

$$|a_1|^2 = \frac{|U_S|^2}{4 R_1} = 2 P_{SMAX}$$

$$|b_2|^2 = R_2 |I_2|^2 = 2 P_2$$

$$\frac{|b_2|^2}{|a_1|^2} = |S_{21}|^2 \Big|_{a_2 = 0} = \frac{P_2}{P_{SMAX}}$$

beiktatási csillapítás

$$IL = -20 \lg |S_{21}| = -10 \lg |S_{21}|^2$$

$$|S_{11}|^2 = \left. \frac{|b_1|^2}{|a_1|^2} \right|_{a_2=0} = \frac{|a_1|^2 - 2P_1}{|a_1|^2} = 1 - \frac{P_1}{P_{SMAX}}$$

reflexiós csillapítás:

$$RL = -20 \lg S_{11} = -10 \lg |S_{11}|^2$$

belépő teljesítménye: $P_1 = P_{SMAX}(1 - |S_{11}|^2)$ ált: $P_1 > P_2$

terhelés teljesítménye: $P_2 = P_{SMAX} |S_{21}|^2$

kétkapu disszipációdik: $P_{kk} = P_1 - P_2 = P_{SMAX}(1 - |S_{11}|^2 - |S_{21}|^2)$

érvényesség tartomány: $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 \leq 1$, ha passzív a kétkapu