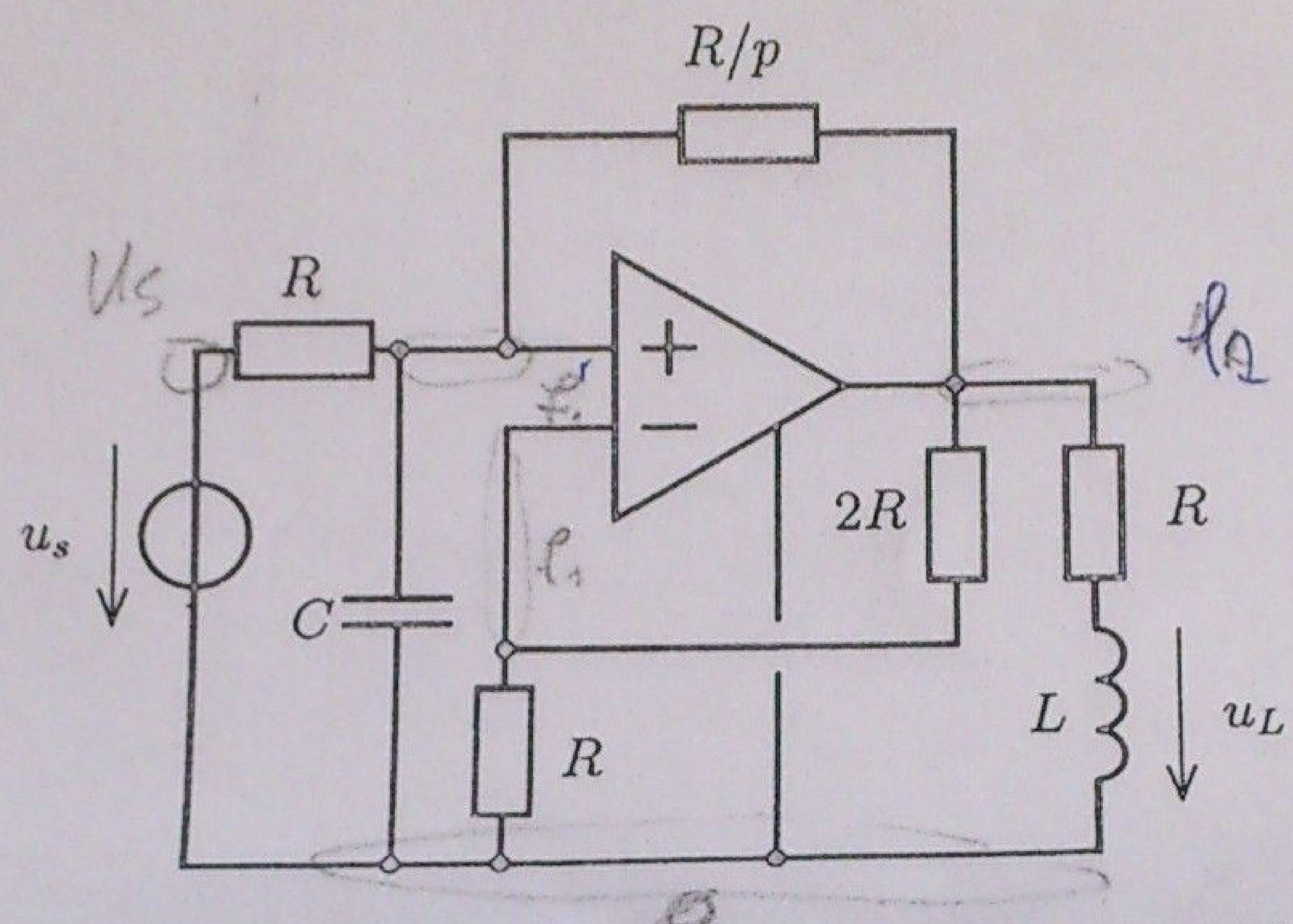
1. Tekintsük az alábbi hálózat által reprezentált rendszert, amelynek gerjesztése a feszültségforrás feszültsége, válasza a tekercs u_L feszültsége! (A p valós értékű paramétert jelent!)



a. Határozza meg a rendszer átviteli függvényét, és írja fel normál (polinom/polinom) alakban! *(3 pont)*
b. Adja meg a p paraméter azon tartományát, amelynél a rendszer stabilis! $(C, L, R > 0)$ *(1 pont)*

A paraméterek valamely értéke esetében a rendszer átviteli függvénye :

$$H(s) = \frac{0{,}5s}{s^2 + 2{,}1s + 0{,}2}$$

A további feladatokban ezt az átviteli függvényt használja! ([s] = krad/s)

c. Határozza meg a rendszer impulzusválaszát, és adja meg s adott egységével koherens egységét! *(2 pont)*

d. Számítsa ki a rendszer válaszának időfüggvényét az $u_s(t) = 5\cos(\omega t)V$ gerjesztés esetében! ($\omega = 2$ krad/s) *(1,5 pont)*

---

2. Egy diszkrét idejű rendszer átviteli függvényének pólusai −0,7 és 0,5, zérusai αj és $-\alpha j$.

a. Határozza meg a rendszer átviteli függvényét, ha a rendszer $\varepsilon[k]$ gerjesztésre adott válaszának állandósult értéke 10! *(2,5 pont)*

Az α paraméter valamely értéke esetében az átviteli függvény :

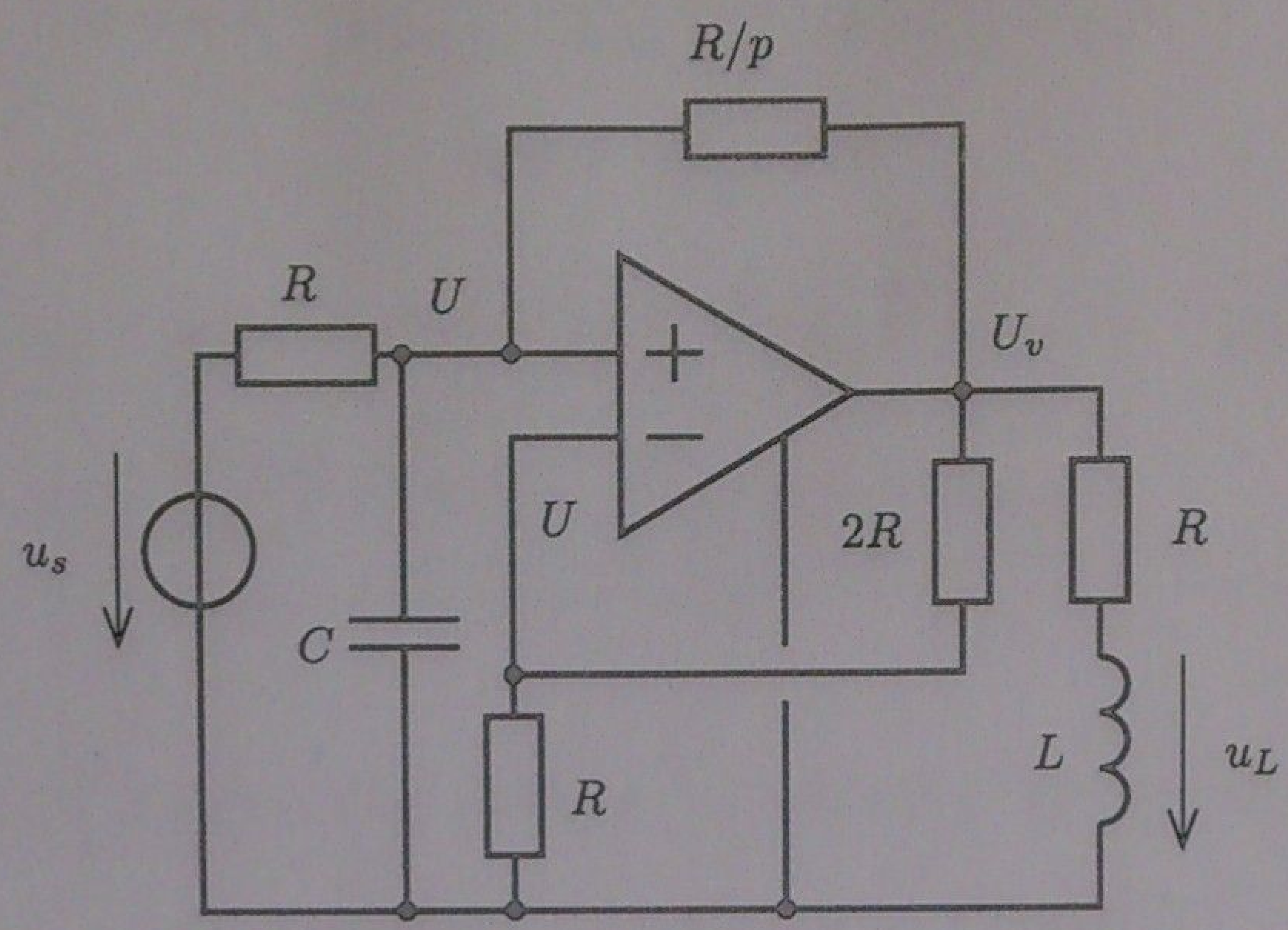
$$H(z) = \frac{6{,}8 + 1{,}7z^{-2}}{1 + 0{,}2z^{-1} - 0{,}35z^{-2}}$$

A továbbiakban ezt az átviteli függvényt használja!

b. A rendszert egy 4 periódusú periodikus jellel gerjesztjük, melynek értéke $k = 0; 1; 2; 3$ esetén rendre $0; 4; 4; 4$. Adja meg a jel Fourier-sorának valós és komplex alakját! *(3 pont)*
c. Számítsa ki a válasz időfüggvényét is! *(2 pont)*

Nagy feladatok

1.



a.

$$U_L = \frac{sL}{R+sL} \cdot U_v; \quad U = \frac{1}{3} U_v; \quad \frac{U - U_v}{R/p} + sCU + \frac{U - U_s}{R} = 0$$

2 pont

$$U_v = U_s \cdot \frac{3}{sRC + (1-2p)} \rightarrow U_L = \frac{sL}{R+sL} \frac{3}{sRC + (1-2p)} U_s = \frac{3}{RC} \cdot \frac{s}{\left(s + \frac{R}{L}\right)\left(s + \frac{1-2p}{RC}\right)}$$

$$H(s) = \frac{3}{RC} \cdot \frac{s}{\left(s + \frac{R}{L}\right)\left(s + \frac{1-2p}{RC}\right)} = \frac{3sL}{(sL+R)(RCs+1-2p)}$$

1 pont

---

b.

Stabilis, ha pólusok valós része negatív.

$$\frac{1-2p}{RC} > 0 \rightarrow p < \frac{1}{2}$$

1 pont

---

c.

$$H(s) = \frac{0{,}5263}{s+2} + \frac{-0{,}0263}{s+0{,}1}$$

$$h(t) = \varepsilon(t)\left(0{,}5263 \cdot \exp(-2 \cdot t) - 0{,}0263 \exp(-0{,}1t)\right) \frac{1}{\mathrm{ms}}$$

A helyes formula 1,5 pontot ér, a megfelelő egységért további 0,5 pont.

---

d.

A pólusok (-2 és $-0{,}1$) bal félsíkra esnek, ezért GV-stabilis.

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega}\,; H(j\omega)|_{\omega=2} = \frac{1}{2} \frac{2j}{(2j)^2 + 2, \cdot 2j + 0{,}2} = 0{,}1765 \cdot e^{-j0{,}735}; [-42{,}13°]$$

$$Y(j\omega) = 5 \cdot 0{,}1765 \cdot e^{-j0{,}735} = 0{,}8828 \cdot e^{-j0{,}735}; y(t) = 0{,}8828 \cdot \cos(2t - 0{,}7534)\, V$$

(1,5 pont)

2.

a.

$$H(z) = K \cdot \frac{(z-\alpha j)(z+\alpha j)}{z^2+0{,}2z-0{,}35} = K \cdot \frac{z^2+\alpha^2}{z^2+0{,}2z-0{,}35}$$ *(1 pont)*

$$G(z) = \frac{z}{z-1} \cdot H(z)$$

$$\lim_{k\to\infty} g[k] = \lim_{k\to 1}(z-1)G(z) = \lim_{k\to 1} K \; \frac{z\cdot(z^2+\alpha^2)}{z^2+0{,}2z-0{,}35} = K \cdot \frac{1+\alpha^2}{0{,}85} = 10$$

$$K = \frac{10\cdot 0{,}85}{1+\alpha^2}; \quad \boxed{H(z) = \frac{8{,}5}{1+\alpha^2}\frac{z^2+\alpha^2}{z^2+0{,}2z-0{,}35}}$$ *(1,5 pont)*

---

b.

$$U_0 = \frac{1}{4}(0+4+4+4) = 3; U_1^C = \frac{1}{4}(0+4j+4\cdot(-1)+4\cdot(-j)) = -1$$

$$U_2^C = \frac{1}{4}(0+4\cdot(-1)+4\cdot 1+4\cdot(-1)) = -1; U_3^C = (U_1^C)^\star$$ *(1 pont)*

$$u[k] = 3+(-1)\exp(jk\pi/2)+(-1)\cdot(-1)^k+(-1)\cdot\exp(jk3\pi/2)$$ *(1 pont)*

$$u[k] = 3-2\cdot\cos(k\pi/2)-1\cos(k\pi)$$ *(1 pont)*

---

c.

$$U|_0 = 3; \; H|_0 = 10;$$

$$U|_{\pi/2} = -2; \; H|_{\pi/2} = 3{,}737\exp(j0{,}147);$$

$$U|_\pi = -1; \; H|_\pi = 18{,}89;$$ *(1 pont)*

$$Y|_0 = 30$$

$$Y|_{\pi/2} = 7{,}474\exp(-j2{,}99)$$

$$Y|_\pi = 18{,}89\exp(-j\pi)$$

$$y[k] = 30+7{,}474\cos(k\frac{\pi}{2}-2{,}99)+18{,}89\cos(k\pi-\pi)$$ *(1 pont)*

Kis feladatok

1. Egy párhuzamos RC-tag ($R = 2k\Omega$, $C = 0{,}2\mu F$) feszültsége $u(t) = [5 + 3\cos(\omega t) + 4\cos(2\omega t - 30°)]$V. Határozza meg a kétpólus hatásos teljesítményét! ($\omega = 10$ krad/s)

$$\boxed{P = \left[\frac{5^2}{2} + \frac{3^2}{2 \cdot 2} + \frac{4^2}{2 \cdot 2}\right] mW = 18{,}75mW}$$

2. A $p(t)$ jel Fourier-transzformáltját jelölje $P(j\omega)$. Adja meg az $r(t)$ időfüggvényt, ha

$$R(j\omega) = P(j\omega) \cdot \cos(\omega T) \qquad \boxed{r(t) = \frac{1}{2}r(t-T) + \frac{1}{2}r(t+T)}$$

3. Az $f(t)$ jel sávszélessége $\Delta\omega_f$. Adja meg a $g(t) = 3 \cdot f(t-2)$ jel $\Delta\omega_g$ sávszélességét!

$$\boxed{\Delta\omega_g = \Delta\omega_f}$$

4. Adja meg a rendszer átviteli függvényét, ha impulzusválasza $h(t) = 3\delta(t) - 2\varepsilon(t)e^{-4t}$!

$$\boxed{H(s) = H(s) = 3 - \frac{2}{s+4} = \frac{3s+10}{s+4}}$$

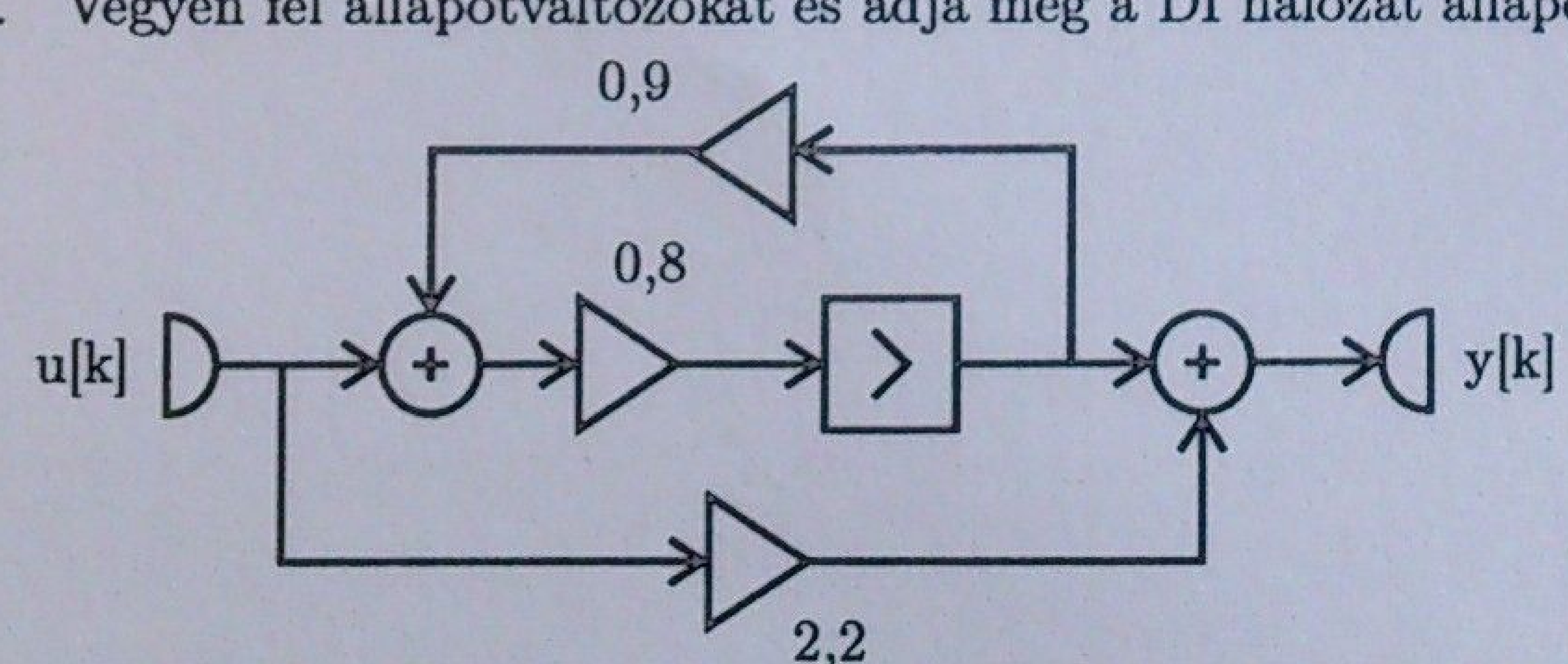
5. Számítsa ki a T periódusú $u(t)$ periodikus jel effektív értékét, ha egy periódusának időfüggvénye

$$u(t) = \begin{cases} 3V & 0 < t < T/3 \\ -3V & T/3 < t < 2T/3 \\ 0 & 2T/3 < t < T \end{cases} \qquad \boxed{U_{\text{eff}} = \sqrt{3^2 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{6} \simeq 2{,}449V}$$

6. Adja meg a rendszer $H(s)$ átviteli függvényének mindentáteresztő és minimálfázisú rendszer átviteli függvényének szorzatára történő felbontását, ha

$$H(s) = 3\frac{s-2}{(s+2)(s+4)}; \qquad \boxed{H_{\text{MÁ}}(s) = 3\frac{s-2}{s+2} \qquad H_{\text{MF}}(s) = \frac{1}{s+4}}$$

7. Vegyen fel állapotváltozókat és adja meg a DI hálózat állapotváltozós leírását!



$$\boxed{x[k+1] = 0{,}72x[k] + 0{,}8u[k]; \qquad y[k] = x[k] + 2{,}2u[k]}$$

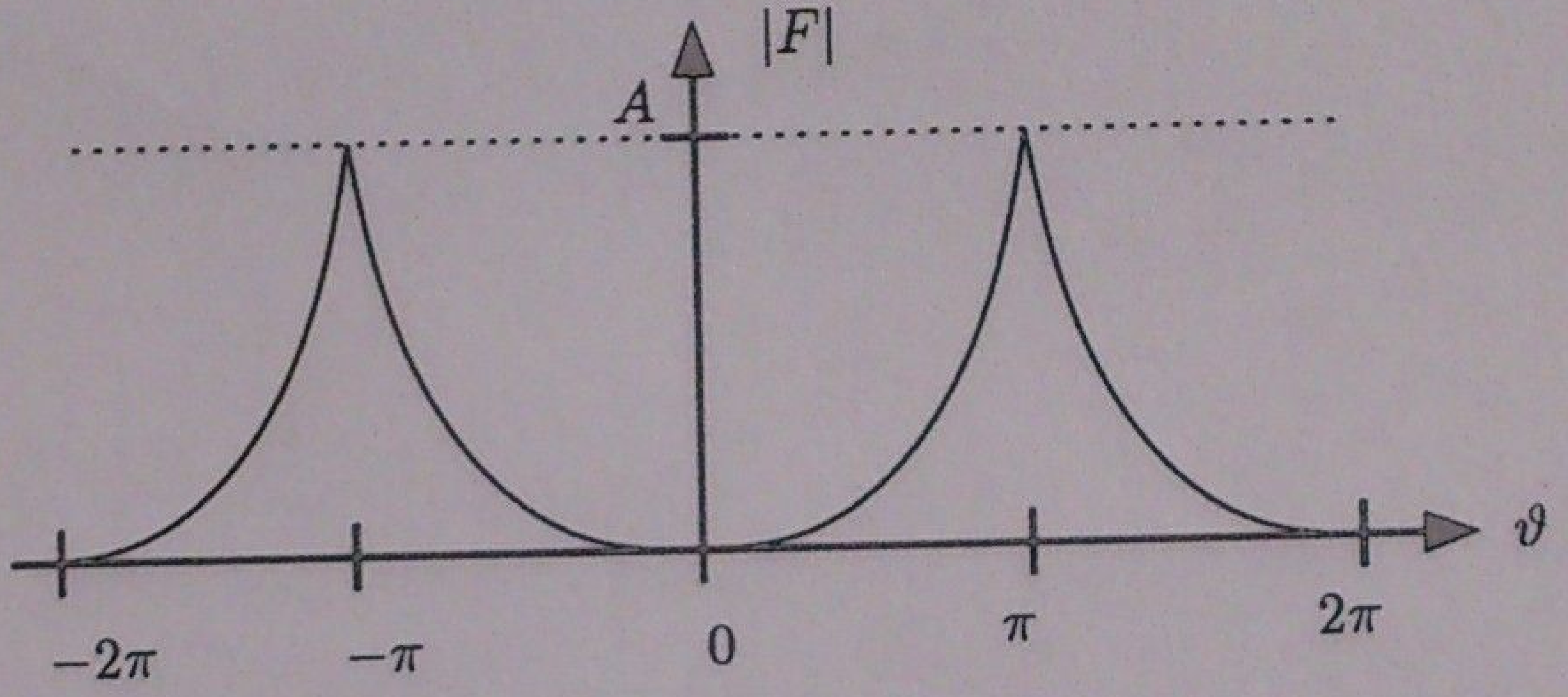
8. Egy DI rendszer rendszeregyenlete $y[k]-0{,}91y[k-2]=3\,u[k-1]$. Számítsa ki a rendszer gerjesztett válaszát, ha a gerjesztés $u[k]=-5\varepsilon[k]$!

$$Y-0{,}91Y=3\cdot(-5)\to Y=\frac{-15}{1-0{,}91}=-167;\ \boxed{y_g[k]=-167}$$

9. A diszkrét idejű 12 periódusú periodikus jel egy periódusa az alábbi. Határozza meg az U_6^C komplex Fourier-együttható értékét!

$$u[k]=\begin{cases}2 & \text{ha } k=0\\ -2 & \text{ha } k=1\\ 0 & \text{egyébként}\end{cases}\qquad \vartheta_0=\frac{2\pi}{12}=\frac{\pi}{6};6\vartheta_0=\pi;\ \boxed{U_6^C=\frac{1}{12}\cdot(2+(-2)\cdot(-1))=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}}$$

10. Az f[k] DI jel amplitudó spektrumáról tudjuk, hogy $|F(\vartheta)|=\frac{A}{\pi^2}\vartheta^2$, ha $0<\vartheta<\pi$. Vázolja az amplitudó spektrumot a $-2\pi<\vartheta<2\pi$ tartományon!



11. Számítsa ki a $g[k]=2\cdot 0{,}96^k\varepsilon[k-2]$ jel z-transzformáltját!

$$G(z)=2\cdot 0{,}96^2\cdot\frac{z^{-1}}{z-0{,}96};\quad \boxed{G(z)=1{,}8432\frac{z^{-2}}{1-0{,}96z^{-1}}\text{ vagy } G(z)=1{,}8432\,\frac{z^{-1}}{z-0{,}96}}$$

12. Adja meg az $y[k]+2y[k-1]=3u[k]$ rendszeregyenlettel jellemzett rendszer átviteli karakterisztikáját illetve indokolja, ha ez nem lehetséges!

$$\boxed{\text{Nem értelmezett, mert a rendszer nem stabilis } (|-2|>1).}$$

13. Határozza meg a $H(z)$ átviteli függvényű rendszer impulzusválaszát!

$$H(z)=\frac{2-z^{-1}}{1-0{,}2z^{-1}}\qquad \boxed{h[k]=2\varepsilon[k]\cdot 0{,}2^k-\varepsilon[k-1]\cdot 0{,}2^{k-1}=2\delta[k]-0{,}6\varepsilon[k-1]\cdot 0{,}2^{k-1}}$$

14. Egy folytonos idejű rendszer impulzusválasza $h(t)=2\delta(t)-3\varepsilon(t)e^{-4t}$. Adja meg az ezen rendszerhez tartozó diszkrét szimulátor impulzusválaszát, ha $T=0{,}02$ a mintavételi idő!

$$\boxed{h_D[k]=2\delta[k]-3\cdot 0{,}02\cdot\varepsilon[k-1]\cdot 0{,}9231^k=2\delta[k]-0{,}0554\cdot\varepsilon[k-1]\cdot 0{,}9231^{k-1}}$$

15. Az $f_h=4$ MHz sávkorlátú jelet legfeljebb mekkora mintavételi idővel lehet mintavételezni, hogy a mintái alapján a jel egyértelműen visszaállítható legyen?

$$\boxed{T_s\le\frac{\pi}{\Omega}=\frac{\pi}{2\pi f_h}=\frac{1}{2\cdot 4\cdot 10^6\ Hz}=0{,}125\cdot 10^{-6}s=0{,}125\mu s=125\ ns}$$