## Fourier-sor, FI periodikus jel

$$x(t+T)=x(t) \qquad \Omega=\frac{2\pi}{T}$$

$$x(t)=\sum_{p=-\infty}^{\infty} X_p^c e^{jp\Omega t} \qquad X_p^c=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-jp\Omega t}dt$$

## Gibbs-jelenség

## Parseval tétel

$$P_x=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\left|x(t)\right|^2 dt \qquad P_x=\sum_{p=-\infty}^{\infty}\left|X_p^c\right|^2$$

$$x(t+T) = x(t) \qquad x[k+L] = x[k]$$

$$x(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} X_p^c e^{jp\Omega t} \qquad x[k] = \sum_{p=\langle L \rangle} X_p^c e^{jp\Theta k}$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \Theta = \frac{2\pi}{L}$$

$$X_p^c = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jp\Omega t} dt \qquad X_p^c = \frac{1}{L} \sum_{k=\langle L \rangle} x[k] e^{-jp\Theta k}$$

$$P_x = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt \qquad P_x = \frac{1}{L} \sum_{k=\langle L \rangle} |x[k]|^2$$

$$P_x = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left| X_p^c \right|^2 \qquad P_x = \sum_{p=\langle L \rangle} \left| X_p^c \right|^2$$

$$x(t) = X_0 + \sum_{p=1}^{\infty} X_p \cos(p\Omega t + \xi_p) \qquad x[k] = X_0 + \sum_{p=1}^{M_o} X_p \cos(p\Theta k + \xi_p)$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \Theta = \frac{2\pi}{L}$$

$$X_0 = X_0^c \quad X_p = 2\left|X_p^c\right| \quad \xi_p = arcX_p^c$$

*L páratlan, $M_o$=(L-1)/2*

*L páros, $M_e$=L/2-1*

$$x[k] = X_0 + \sum_{p=1}^{M_e} X_p \cos(p\Theta k + \xi_p) + (-1)^k X_{L/2}$$

$$X_{L/2} = X_{L/2}^c$$

$$X(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt \qquad x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

| *Tétel* | $x(t)$ | $X(j\omega)$ |
|---|---|---|
| Linearitás | $c_1x_1(t)+c_2x_2(t)$ | $c_1X_1(j\omega)+c_2X_2(j\omega)$ |
| Eltolás | $x(t-\Delta t)$ | $X(j\omega)e^{-j\omega\Delta t}$ |
| Moduláció | $x(t)e^{j\omega_0 t}$ | $X[j(\omega-\omega_0)]$ |
| Konvolúció | $x_1(t)*x_2(t)$ | $X_1(j\omega)X_2(j\omega)$ |
| Konvolúció | $x_1(t)x_2(t)$ | $\frac{1}{2\pi}X_1(j\omega)*X_2(j\omega)$ |
| Derivált | $\frac{d}{dt}x(t)$ | $j\omega X(j\omega)$ |
| Derivált | $tx(t)$ | $j\frac{d}{d\omega}X(j\omega)$ |
| Skálázás | $x(at)$ | $\frac{1}{\lvert a\rvert}X\left(j\frac{\omega}{a}\right)$ |
| Parseval | $E=\int_{-\infty}^{\infty}\lvert x(t)\rvert^2dt$ | $E=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\lvert X(j\omega)\rvert^2dt$ |

# Néhány jel Fourier-transzformáltja

| $x(t)$ | $X(j\omega)$ |
| --- | --- |
| $\delta(t)$ | 1 |
| 1 | $2\pi\delta(\omega)$ |
| $e^{j\omega_0 t}$ | $2\pi\delta(\omega-\omega_0)$ |
| $\cos(\omega_0 t)$ | $2\pi\dfrac{\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)}{2}$ |
| $\sin(\omega_0 t)$ | $2\pi\dfrac{\delta(\omega-\omega_0)-\delta(\omega+\omega_0)}{2j}$ |
| $x(t)\cos(\omega_0 t)$ | $\dfrac{X(\omega-\omega_0)+X(\omega+\omega_0)}{2}$ |
| $\operatorname{sgn}(t)$ | $\dfrac{2}{j\omega}$ |
| $\varepsilon(t)$ | $\pi\delta(\omega)+\dfrac{1}{j\omega}$ |
| $\varepsilon(t)e^{-\alpha t}$ | $\dfrac{1}{\alpha+j\omega}$ $\qquad \alpha>0$ |